



张明辉,刘有山,侯爵,等.2019. 近地表地震层析成像方法综述. 地球物理学进展,34(1):0048-0063,doi:10.6038/pg2019CC0534. ZHANG Ming-hui, LIU You-shan, HOU Jue, *et al.* 2019. Review of seismic tomography methods in near-surface structures reconstruction. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 34(1):0048-0063,doi:10.6038/pg2019CC0534.

# 近地表地震层析成像方法综述 Review of seismic tomography methods in near-surface structures reconstruction

张明辉<sup>1</sup>,刘有山<sup>2</sup>,侯爵<sup>2,3,4</sup>,徐涛<sup>2,5</sup>,白志明<sup>2</sup> ZHANG Ming-hui<sup>1</sup>, LIU You-shan<sup>2</sup>, HOU Jue<sup>2,3,4</sup>, XU Tao<sup>2,5</sup>, BAI Zhi-ming<sup>2</sup>

1. 滨州学院,信息工程学院,山东滨州 256600

2. 中国科学院地质与地球物理研究所,岩石圈演化国家重点实验室,北京 100029

- 3. 中国科学院大学,北京 100049
- 4. 中国地震局地球物理研究所,北京 100081
- 5. 中国科学院青藏高原地球科学卓越创新中心,北京 100101
- 1. Institute of Information Engineering, Binzhou University, Shandong Binzhou 256600, China
- 2. State Key Laboratory of Lithospheric Evolution, Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Science, Beijing 100029, China
- 3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China
- 4. Institute of Geophysics, China Earthquake Administration, Beijing 100081, China
- 5. CAS Center for Excellence in Tibetan Plateau Earth Science, Beijing 100101, China

摘 要 近地表地层与人类生产生活密切相关,利用地震层析 成像方法准确重建浅部地壳速度结构有助于开展高精度地震 勘探、探查浅部矿产资源、规避潜在自然灾害,并利于城市地下 空间建设.中国大陆地表条件复杂,尤其中西部盆岭结合带地 形起伏剧烈,对浅部地壳精确速度建模构成严重挑战.本文系 统论述了地震层析成像领域基于高频近似理论的走时成像方 法和有限频层析成像方法,阐明两类方法的基本原理、存在问 题和发展方向等.依据正演走时有无显式射线追踪,基于高频 近似理论的走时成像方法分为传统走时层析成像方法和无射 线路径的走时层析成像方法.基于射线追踪的传统走时层析成 像方法,在浅层速度强烈变化时,因存在阴影区或多路径现象 引起成像失真,严重影响成像效率;而无射线路径的层析成像 方法通过程函方程走时场的正传和逆传直接计算敏感核,并利 用伴随状态法获得目标函数的梯度,具有快速、稳健的优点.以 上两种基于地震射线高频近似理论的走时成像方法由于未考 虑地震波频率的带限性,存在波散射、波前愈合及反演约束差 等问题.有限频层析成像方法克服了射线理论"无限高频"假设 所带来的弊端,已成为重要的研究方向之一.该类方法主要分 为射线有限频层析成像方法和基于波动方程的有限频层析成 像方法.射线有限频层析成像方法能够提高成像的分辨率,但 在方法本质上仍依赖于射线理论,较难处理较复杂的波现象问 题;基于波动方程的有限频层析成像方法能准确处理复杂地质 问题,提高成像可靠性并能以图像形式直观展示地球内部地震 波的速度结构分布,但是该方法在实际应用中强烈依赖于数据

Abstract The near-surface crustal structure is closely related to human production and life. Accurate reconstruction of the velocity structure of shallow crust by seismic tomography can help us to carry out high-precision seismic exploration, explore shallow resources and minerals, avoid potential natural disasters, and construct urban underground space. Complex surface conditions are widely found in China mainland, especially in the basin-range junction zone of central and western China, which poses a serious challenge to accurately reconstruct the velocity model of shallow crust. This paper discusses systematically the basic principle, existing problems and development direction of two types of current seismic tomography methods, namely, traveltime tomography method based on high frequency approximation theory and on the finite frequency tomography theory. The former is based on the high-frequency approximation theory of seismic rays. According to whether there is explicit ray tracing in the forward calculation, it can be divided into the conventional traveltime tomography method and the traveltime tomography method without ray paths. The conventional traveltime tomography method utilizes the traditional ray tracing methods. When the near-surface velocity changes strongly, the imaging distortion is usually caused by the existence of shadow zone or multipaths, which seriously affects the imaging efficiency. While, the traveltime tomography method without ray paths calculates the sensitive kernel directly by forward and backward propagation of the traveltime field of the eikonal equation, and obtains the gradient of the objective function by the adjoint state method, which has the advantages of fast and robustness. Since the band-limited property of the seismic wave frequency is not considered, there are some problems of the traveltime tomography based on high frequency approximation theory, such as wave scattering, wave front healing and poor inversion constraint. The latter, that is, the finite frequency tomography overcomes the drawbacks of the assumption of "infinite high frequency" in ray theory and has become more important. The methods are mainly divided into ray finite frequency tomography method and the finite frequency tomography method

收稿日期 2018-12-04; 修回日期 2019-01-13.

投稿网址 http://www.progeophys.cn

**基金项目** 国家重点研发计划"深地资源勘查开采"重点专项(2016YFC0600201,2016YFC0600101,2016YFC0600302)和国家自然科学基金 (41574082,41874065,41604076,41804060,41774097)联合资助.

第一作者简介 张明辉, 女, 1990 年生, 博士, 讲师, 主要从事地震波成像研究. (E-main: zmhjoy@163.com)

中的低频信息及较精确的初始速度模型,其推广应用仍需进一步探索. 关键词 近地表;地震层析成像;高频近似;有限频;波动 方程	based on wave equation. Ray finite frequency tomography can improve the resolution of imaging, but in essence, it still depends on ray theory and is difficult to deal with complex wave phenomena. The finite frequency tomography method based on wave equation can accurately deal with complex geological problems, improve imaging reliability and visually display the velocity structure of seismic waves in the earth's interior in the form of images. However, this method
中图分类号 P315 文献标识码 A doi:10.6038/pg2019CC0534	strongly depends on sufficient low-frequency information in data or a more accurate initial velocity model in practical applications, and its wide application requires further exploration and development. <b>Keywords</b> Near-surface; Seismic tomography; High frequency approximation; Finite frequency; Wave equation

### 0 引 言

近地表地层与人类生产生活密切相关,准确重建浅部地 壳速度结构有助于开展高精度地震勘探、探查矿产资源、规 避潜在自然灾害及建设城市地下空间.中国大陆具有广泛分 布的复杂地表条件,尤其是中西部盆岭结合带地形起伏剧 烈,对近地表地震层析成像形成严重挑战.浅部地壳结构的 地球物理探测方法主要有重力、电磁、地热、地震等手段.由 于地震法在介质探测尺度和探测精度等方面的优势成为地 球内部探测最重要的方法之一(Christensen and Mooney, 1995; 滕吉文等, 2004). 地震探测通常分为构造/几何界面 探测和速度结构成像. 前者主要是利用浅层地壳中各主要界 面的反射波,采用浅层地震勘探领域成熟的偏移成像技术, 探测浅层地壳的构造/几何界面特征;后者通常采用地震层 析成像方法(借鉴医学 CT 的思想),利用地震波在地球内部 传播的特性对浅层地壳结构进行研究,为研究地球内部的介 质属性和构造特征提供重要手段(Aki et al., 1977; Zhao et al., 1992, 1994; Pratt et al., 1996, 1998; 王椿镛等, 1997; 丁志峰等, 1999; Zelt et al., 1999; 滕吉文等, 2004; Nolet, 2008; Rawlinson et al., 2010; 徐涛等, 2014, 2015; 赵烽帆 等, 2014b; Xu et al., 2015; Zheng et al., 2015; Waheed et al., 2016; Sun et al., 2017).

Aki和 Lee 首先将医学 CT 应用于地震学研究,提出地 震层析成像方法,并利用地震台站记录到的波形数据反演得 到了美国加利福尼亚地区的地壳结构(Aki and Lee, 1976). 经历了 40 多年的发展,地震层析成像方法已经成为探测地 球内部精细结构的有效手段之一.按照地震波类型的不同, 地震层析成像可分为体波层析成像和面波层析成像;根据所 用震源性质的差异,可划分为人工源(主动源)和天然源(被 动源)探测方法;根据研究范围或探测尺度的不同,可分为全 球层析成像、区域层析成像和局部层析成像;根据成像理论 的不同,地震层析成像方法可分为两大类:基于高频近似理 论的走时成像方法和有限频层析成像方法.

在固体地球物理研究中,我们往往假设地球是一个弹性体,地下传播的地震波满足弹性波波动方程(Dahlen and Tromp, 1998; Cerveny, 2001).早期由于大尺度地球内部介质反演精度的要求及计算机技术的限制,地震波走时层析成像方法主要基于高频近似射线理论,认为地震波场的主要能量沿射线轨迹附近传播(Cerveny, 2001),通过射线追踪等方法来获得地震波传播的射线路径,然后根据射线路径计算敏感核,即目标函数对速度的偏导数(Fréchet 导数矩阵),继而从走时异常中反演介质速度异常.

equires further exploration and development. r-surface; Seismic tomography; High frequency nite frequency; Wave equation 地震走时层析成像过程主要包括正演和反演两个重要 环节.正演过程是给定初始速度模型,通过求解相应的程函 方程得到初至波走时场(赵烽帆等, 2014a). 反演过程的主 要目的是通过求解由观测走时和理论走时建立的目标函数 的最小值获得介质参数(赵烽帆等, 2014b). 早期发展的走 时层析成像方法的正演环节采用传统的射线追踪方法 (Brzostowski and McMechan, 1992; Zhao et al., 1992, 1994; 刘振宽等, 1995; 侯贺晟等, 2010; 李建国等, 2012; 赵烽帆 等,2014a),如试射法、弯曲法等.该方法基于连续介质假 设,每次只能计算单个震源-台站对的射线路径与走时,且在 正演射线追踪过程中存在多路径的问题,导致反演不稳定、 存在多解等问题.针对该问题,相继提出了基于程函方程数 值解的地震波走时计算方法.基于程函方程数值解的走时场 计算方法主要包括经典有限差分方法(Vidale, 1988, 1990)、快速推进法(Sethian, 1999; Sethian and Popovici, 1999)和快速扫描法(Zhao, 2005; Qian et al., 2007a, b).该 类方法适用于横向剧烈变化的非均匀速度场模型(Podvin and Lecomte, 1991),可以计算单个震源激发的走时场以及 震源到多个台站处的射线路径,其初至波走时计算更加稳定 (Rawlinson et al., 2008). 近几十年来,发展起来的射线追踪 方法还有最短路径法(Moser, 1991; Fischer and Lees, 1993; Zhou and Greenhalgh, 2005)、波前重建法(Vinje et al., 1993, 1996a, b)、模拟退火法(Bona et al., 2009)等. 其中, 基于 Fermat 原理及图论中的最短路径理论的最短路径射线追踪 方法可以适用于速度剧烈变化的任意复杂结构模型,能够计 算单个震源激发的全局最小走时场以及震源到任意网格点 的射线路径,具有计算精度高、数值计算稳健等优点,在层析 成像中得到较为广泛的应用(Zhang and Toksöz, 1998;张云 姝等, 2005; Bai and Greenhalgh, 2006; Zhou and Greenhalgh, 2008; 黄国娇和白超英, 2010; 白超英等, 2011; 黄国娇等, 2016).

走时层析成像作为一个非线性优化问题,传统方法将非 线性问题线性化进行迭代求解.该过程需要基于走时场的负 梯度显式地进行射线追踪,并沿着射线路径计算 Fréchet 导 数矩阵,耗时又占内存.在数据量和计算量不大时,与射线追 踪相关的效率低下问题并不显著地制约成像的效率;但对于 海量数据和庞大计算量时,该问题尤为突出,成像效率极其 低下、甚至无法实现.为避免 Fréchet 导数矩阵的计算, Chavent(1974)将控制理论中发展的伴随状态法(Lions, 1971)应用于地震反演问题中.该方法的存储量由离散模型 的范围控制,不依赖于观测数据的规模(Taillandier *et al.*, 2009).目前,伴随状态法已被应用于一系列地球物理问题中 (Plessix, 2006),如地震偏移和波形反演(Lailly, 1984; Tarantola, 1984)、速度模型构建(Sei and Symes, 1994; Plessix et al., 2000)和走时层析成像(Shen et al., 2003; Leung and Qian, 2006; Mulder, 2006)中. 1994年, Sei 和 Symes 首先提出基于程函方程的伴随状态走时反演方法.随 后,很多学者将其应用于初至波走时层析成像中,发展了无 射线路径的走时层析成像方法,并验证了其高效性和较好的 应用潜力(Leung and Qian, 2006; Taillandier et al., 2009; Noble et al., 2010; Huang and Bellefleur, 2012; 谢春等, 2014).该类走时层析成像方法通过引入伴随状态法计算敏 感核,不依赖于显式的射线路径追踪计算,无需计算和存储 庞大的偏导数矩阵,能够显著地提高计算效率、节省内存空 间,并能适应剧烈变化的速度场,快速、稳健地反演速度结 构,这对海量地震数据尤为关键.

上述地震层析成像方法均基于高频近似假设的射线理 论,即认为地震波是无限高频的,仅沿射线路径传播,因此只 考虑传播路径上的速度结构对地震波走时的影响.实际上, 地震波为带限的信号. 地震波从震源出发, 经地下介质传播 到达地表的地震台站,其能量主要在一定宽度空间范围内传 播,即第一菲涅尔体(Cerveny and Soares, 1992).因此,实际 记录的地震波走时携带了该范围内的所有介质信息. Dahlen 等(2000)针对地震波频率的带限性,提出了有限频层析成 像理论,并利用射线求和及旁轴近似两种方法分别获得三维 敏感核 (Dahlen et al., 2000; Hung et al., 2000). Zhao 等 (2000)用简正振型方法获得球对称介质中弹性波的三维有 限频走时敏感核.在有限频层析成像的实际应用中,中心射 线仍要被追踪出来,才能用旁轴近似方法在射线中心坐标系 中计算中心射线外的 Fréchet kernel 值. 由于它不能考虑实际 中存在的复杂波现象等问题,不是严格的波动方程层析成 像,称之为"射线有限频"理论更合理.

尽管射线有限频层析成像能够提高成像的分辨率,但在 方法本质上仍依赖于射线理论,较难处理较复杂的波现象问 题,在实际应用中存在计算精度较低和分辨率不足等问题. 随着数字地震台站的日益密集化和高性能计算的迅猛发展, 通过直接求解声波方程或弹性波方程来模拟实际地球模型 中地震波的传播过程已经成为现实(Komatitsch and Tromp, 2002a, b; Tromp et al., 2010). 基于波动方程的波形反演提 供更加完整、准确的合成地震数据,利用直达波、反射波、折 射波、散射波、转换波、多次波等全波场的信息进行波形反 演,能够避免震相识别、有效避免人为误差,并能以图像的形 式直观展示高精度、高分辨率的地球内部的地震波速度分布 (Tromp et al., 2005, 2008). 在理想观测系统下, 走时层析成 像的分辨率最高可达到第一菲涅尔带半径,传播路径越长、 分辨率越低(Williamson, 1991), 而全波形反演的最大分辨 率为半个波长(零散射角或垂直入射)(Pageot et al., 2013). 可见,波形反演能显著提高速度结构的分辨率.

波形反演的最早工作可追溯到 Lailly(1984)和 Tarantola (1984),他们在 Born 近似的基础上,同时利用地震资料中的 走时和振幅信息构建了时间域全波形反演的 L2 范数目标函 数,利用伴随状态方程计算梯度,最终获得了地下介质的速 度模型.近年来,波形反演不仅在勘探尺度得到广泛应用

(Symes, 2008; Brossier et al., 2009; Wang and Rao, 2009; Liu and Gu, 2012),在地球内部结构探测方面也取得了初步 的尝试 (Lailly, 1984; Tarantola, 1984; Pratt et al., 1998; Tromp et al., 2005; Fichtner et al., 2006a, b; Tape et al., 2007, 2010; Tong et al., 2014a, b; Liu et al., 2017a, b). 波 形反演最早应用于 20 世纪 80 年代, Gauthier 等(1986)和 Mora(1987)实现了二维地震资料的波形反演,表明波形反演 具有精细刻画地下结构及岩性的能力; Luo和 Schuster (1991)首次提出了基于伴随状态法的波动方程走时层析成 像方法;随后,Tromp 等(2005)和 Fichtner 等(2006a)将其推 广到大尺度地震层析成像及其应用中.随着计算水平的提 高,波形反演被应用于三维数据中,如 Sirgue 等(2010)利用 挪威北海 Valhall 油田的 OBC 数据实现了该地区的三维波形 反演:Warner 等(2013) 成功地开展了海上数据的三维各向 异性波形反演研究.波形反演的前期工作主要应用于海上地 震资料,陆上资料的应用还存在较大的挑战.近年来,Plessix 等(2012)将波形反演方法应用于陆上地震资料,取得了良 好的效果.尽管波形反演取得了一系列的研究成果,但仍有 很多问题亟需解决,如高度非线性导致极易陷入局部极小值 及实际资料应用中低频成分缺失、非唯一性、病态性等问题.

随着全球性和区域性综合地震台网的建立及计算机技术的不断发展,近地表地震层析成像方法得到快速的发展, 也取得了显著的成果.根据成像方法的发展及原理的不同, 本文主要介绍两大类层析成像方法,即基于高频近似射线理 论的走时层析成像方法和有限频层析成像方法的基本原理 及其应用.

## 1 基于高频近似射线理论走时层析成像方法

基于高频近似射线理论的走时层析成像方法,假定地震 波运动满足光学传播的几何特征,即在一定数学模型基础上 计算射线路径及相应的走时信息.不同方法的主要区别在于 其模型参数化和正演走时计算的不同.

根据正演走时计算过程中有无显式射线追踪,可以将基于高频近似射线理论的走时层析成像方法分为两类,即传统走时层析成像方法(Hole, 1992; Zhao et al., 1992, 1994; Hole et al., 1993; Hole and Zelt, 1995)和无射线路径的走时层析成像方法(Leung and Qian, 2006; Taillandier et al., 2009; Noble et al., 2010; Huang and Bellefleur, 2012; 谢春等, 2014; Waheed et al., 2016).下面主要介绍两类方法的基本理论及应用.

#### 1.1 传统走时层析成像方法

传统的地震走时层析成像方法,首先基于射线追踪等方 法来获得地震波传播的射线路径,然后根据射线路径计算敏 感核,即目标函数对速度的偏导数(Fréchet 导数矩阵),继而 从走时异常中反演介质速度异常.该方法根据射线追踪及走 时计算方法的不同可以分为三类,即基于传统射线追踪的走 时层析成像方法(Brzostowski and McMechan, 1992; Zhao *et al.*,1992,1994;刘振宽等,1995;侯贺晟等,2010;李建国 等,2012)、基于程函方程数值解的走时层析成像方法 (Hole,1992; Hole *et al.*,1993; Hole and Zelt,1995; 王椿镛 等,1997; 徐涛等,2014,2015; Xu *et al.*,2015)和基于图 论的 走 时 层 析 成 像 方 法 ( 张 云 姝 等, 2005; Bai and Greenhalgh, 2006; Zhou and Greenhalgh, 2008; 黄国娇和白 超英, 2010; 白超英等, 2011; 黄国娇等, 2016). 1.1.1 基于传统射线追踪走时层析成像方法

基于传统射线追踪的走时层析成像的正演过程基于经 典的射线追踪方法,主要包括试射法(Langan *et al.*, 1985;

Wirieux and Farra, 1991; 徐涛等, 2004, 2007; Rawlinson *et al.*, 2008) 和弯曲法(Julian and Gubbins, 1977; Pereyra *et al.*, 1980; Thurber and Ellsworth, 1980; Um and Thurber, 1987; Xu *et al.*, 2006, 2010, 2014).

试射法(shooting method),又称打靶法,是用于求解初值 问题的一种射线追踪方法.具体过程是给定源点位置和初始 出射方向,在源点处出射一束射线,并通过不断调整出射方 向找到经过已知接收点的射线轨迹(图1).试射法的试射角 度通常采用线性修正(图2,徐涛等,2007),其修正角度为

$$\phi_{\text{new}} = \phi_1 + (x_{\text{revr}} - x_1) \times \frac{\Delta \phi}{\Delta x} , \qquad (1)$$

其中, $\phi_1$  为初始试射角, $\Delta \phi$  为两条相邻射线间入射角间隔,  $\phi_{new}$ 为修正后的新试射角度, $x_{revr}$ 为目标接收点与炮点间的 炮检距, $x_1$  为较小试射角的射线位置到炮点的炮检距.

试射法在全面搜索和适应复杂地质模型等方面具有很 大的优势,但计算效率较低,且存在阴影区.



图 1 试射法原理.通过不断调整初始射线的出射角度直到 得到的射线路径通过接收器位置(Rawlinson *et al.*, 2008) Fig. 1 Principle of the shooting method. The initial projection angle of the initial ray path is iteratively adjusted until the final ray converges at the receiver (Rawlinson *et al.*, 2008)

弯曲法(bending method)是用于求解边值问题的射线追 踪方法,具体过程是给定源点、接收点位置及两点间的一条 初始射线路径,通过扰动迭代调整射线路径几何形态,直到 得到的射线路径满足费马原理,即射线经过的路径必使其走 时为稳定(极小)值,又称走时最小原理(图3).弯曲法无法 得到满足费马原理的每一条射线轨迹,也无法判断某条射线 是全局最小还是局部最小走时.

针对弯曲法很难用于介质参数连续变化的强烈非均匀 介质中的射线追踪问题,Um和Thurber(1987)提出了一种伪 弯曲法(pseudo-bending method). 伪弯曲法能够准确、快速地 获得连续速度场中的射线路径和走时,但是不适用于存在速 度间断面的情形. Zhao 等(1992)用伪弯曲法对层间连续介 质的路径点进行扰动迭代,用 Snell 定律修正层间不连续界 面上的路径点. 高尔根和徐果明(1996)及高尔根等(1998,



图 2 试射角度的线性修正(修自徐涛等,2007) φ<sub>1</sub> 为初始试射角,Δφ 为两条相邻射线间入射角间隔,φ<sub>new</sub>为 修正后的新试射角度,x 为目标接收点与炮点间的炮检距, x<sub>1</sub> 为较小试射角的射线位置到炮点的炮检距.

Fig. 2 New incidence angle updated by linear correction method (modified from Xu T et al., 2007)

 $\phi_1$  is the initial shooting angle,  $\Delta \phi$  is the angle between the two adjacent incidence angles,  $\phi_{new}$  is the new corrected shooting angle, x is the offset between the target receiver and the shot,  $x_1$  is the offset between the ray with small incidence angle and the shot.

2002)针对介质界面上射线路径点的修正提出了一种新的迭 代方法,称为逐段迭代法.Xu等(2006,2010,2014)针对存 在速度间断面的非均匀介质,发展了一种联合逐段迭代法和 伪弯曲法的扰动修正方案,即当中间点落在界面上,用逐段 迭代法进行修正;当中间点落在介质内,用伪弯曲法进行修 正.该修正方案能够实现存在速度间断面的复杂非均匀介质 中的快速射线追踪(Xu et al.,2006,2010,2014;李飞等, 2013; Li et al.,2014).



图 3 弯曲法原理. 对初始两点射线路径不断扰动直到 满足费马原理(Rawlinson et al., 2008)



基于传统射线追踪走时层析成像方法的基本过程:首先 进行射线路径的追踪计算,通过射线路径计算检波器处的走 时,然后依据射线路径构建敏感核或反投影进行速度反演. 前面介绍了射线追踪计算,这里主要介绍依据射线路径构建 敏感核反演的阻尼最小二乘反演方法.

对于连接一对源点和接收点的射线路径 L,其走时 t 可 以表示为慢度沿射线路径的积分,公式为:

$$t = \int_{L} \frac{1}{v(x,z)} \mathrm{d}l , \qquad (2)$$

其中,1/v(x,z)是速度的倒数,即慢度.通过对射线路径进行 分段离散,走时 t 可以表示成离散形式为

$$t = \sum_{i=1}^{n} \frac{l_i}{v_i}, \qquad (3)$$

其中,*l*<sub>i</sub>和*v*<sub>i</sub>分别表示第*i*个射线段的长度和该射线段穿过 的介质速度.基于上述表达式可知,在射线路径不变的情况 下,走时与慢度为线性关系.然而,由于射线路径依赖于速 度,因此整个走时反演过程是一个非线性问题.通常的解决 方法是将上式非线性问题进行线性化处理,即通过泰勒级数 展开并省略高阶项得到,公式为

$$A\Delta m = \Delta t \quad , \tag{4}$$

其中,A 为走时相对于模型参数(速度或界面深度)的偏导数 矩阵(或敏感核),Δm 是模型参数(速度)扰动矢量,Δt 是走 时残差矢量.该反演问题通常为欠定问题,为保证反演过程 的稳定,往往需要加入一定的正则化或先验约束,即采用式 (5)的阻尼最小二乘法求解:

$$\Delta m = (A^{T}C_{t}^{-1}A + \lambda C_{m}^{-1})^{-1}A^{T}C_{t}^{-1}\Delta t$$
, (5)  
其中,λ 是阻尼因子,其大小决定了模型参数的分辨能力和  
稳定性之间的折中(Menke, 1984).  $C_{t}$ 和  $C_{m}$ 分别为走时数  
据和模型的协方差矩阵,公式为

$$\boldsymbol{C}_{t} = \operatorname{diag} \{ \boldsymbol{\sigma}_{i}^{2} \}, \boldsymbol{C}_{m} = \operatorname{diag} \{ \boldsymbol{\sigma}_{i}^{2} \} , \qquad (6)$$

其中,标准差  $\sigma_i$  是第 *i* 个走时观测值的不确定性, $\sigma_j$  是第 *j* 个模型参数的先验估计不确定性.模型分辨率矩阵表示为

 $R = (A^{T}C_{t}^{-1}A + \lambda C_{m}^{-1})^{-1}A^{T}C_{t}^{-1}A$ , (7) 分辨率矩阵 R 的对角元素在0~1之间,大于0.5 且越接近1 时表明求解的模型参数越可靠.

基于传统射线追踪的走时层析成像方法首先追踪地震 波在地下的射线传播轨迹,通过射线路径进行走时计算,然 后依据上述(5)式或者反投影(Hole, 1992)进行介质的速度 结构反演.该类方法发展较早、应用广泛,并取得了一系列成 果(White, 1989; Sambridge, 1990; Zelt and Smith, 1992; Rawlinson *et al.*, 2001),如 Zelt 和 Smith(1992)利用该类走 时层析成像方法反演得到了内华达州地区南北向的上地壳 速度结构,并显示出较好的分辨率;Rawlinson 等(2001)利用 1995 年 TASGO 计划在塔斯马尼亚州采集到的反射和折射地 震走时数据,采用基于传统试射法的走时层析成像方法获得 了该地区的地壳结构信息.

1.1.2 基于程函方程数值解走时层析成像方法

针对传统射线追踪的成像方法在正演射线追踪过程中 存在多路径以及效率低的问题,Vidale(1988,1990)、Podvin 和 Lecomte(1991)发展了基于程函方程数值解的走时场计算 方法.该类方法能更加稳定地计算初至波走时场,适用于横 向剧烈变化的非均匀速度场(Rawlinson *et al.*,2008).该类 方法基于离散介质的参数描述,先通过数值解法求解程函方 程获得初至波走时场,然后沿着走时场的负梯度方向获得地 震波传播的射线路径并进行速度场的反演成像.

基于程函方程数值解的走时层析成像方法以地震波传播的运动学程函方程为基础.基于地震波波动方程的高频近 似理论,地震波走时场满足程函方程为:

$$|\nabla T(\mathbf{x})|^2 = \frac{1}{c^2(\mathbf{x})}, \qquad (8)$$

式中,*T* 是波场从震源点 $x_s$  到空间任意一点x 的走时; $c \in x$  点处的速度; $\nabla$ 为梯度算子.

在成像过程中,模型参数化多采用矩形网格化方法进行 离散,通过求解运动学程函方程的数值解获得初至波走时 场.常见的初至波计算方法包括经典的有限差分方法 (Vidale, 1988, 1990)、快速推进法(Sethian, 1999; Sethian and Popovici, 1999)和快速扫描法(Zhao, 2005; Qian *et al.*, 2007a, b).

程函方程的有限差分计算方法最初由 Vidale 提出 (1988, 1990),但是由于该方法获得的不一定是绝对最小走 时场,在处理强速度界面时存在稳定性问题. Podvin 和 Lecomte(1991)对 Vidale 方法提出了改进,使该算法适用于 强烈速度界面.后来,Sethian(1996, 1999)提出了快速推进 法(Fast Marching Method, FMM),该方法利用逆风差分格式 数值求解程函方程,采用窄带技术重建走时波前,利用堆选 排技术保存走时(Sethian and Popovici, 1999). 假设 N 是节 点数,该方法的计算量由波前扩展法的 $O(N^3)$ 减少到O(N×logN),显著地提高了计算效率.所以,该方法不仅能获 得绝对最小走时场,且显著缩短了寻求极小值的时间.2005 年,Zhao(2005)提出了快速扫描法(Fast Sweeping Method, FSM),用于求解一阶非线性双曲型微分方程,计算量为 O(N). 所以,相对于 FMM, FSM 具有更高地计算效率,且与 FMM 的计算精度相当(兰海强等, 2012; Lan and Zhang, 2013a, b; Lan et al., 2014). 上述三类方法是基于程函方程 数值解计算走时场的三个代表方法,这里以 FSM 为例介绍 基于程函方程数值解的走时层析成像方法中的走时及射线 追踪计算过程.

FSM 的基本思想是将走时场的传播方向分为有限个组, 对每一组分别利用 Gauss-Seidal 迭代法求解非线性逆风差分 格式离散化后的方程组(每次迭代也称一次扫描),每次迭 代按一定方向求解沿该方向传播的走时场.在二维情况下, 走时场传播方向分为四个组:右上、左上、左下和右下(图 4),初值在这四个方向上依次传播,可以通过四组不同顺序 的 Gauss-Seidel 迭代,即(1)i=1:I, j=1:J; (2)i=I:1, j=11:J;(3)*i*=1:I,*j*=J:1;(4)*i*=I:1,*j*=J:1,求解逆风差 分格式离散化后的方程组,最终得到满足离散方程组的所有 节点的正确走时.基于逆风格式,在走时计算过程中,第一象 限内(i,j)点的走时 $t_{i,j}^h$ 只依赖于它左侧点(i-1,j)的走时  $t_{i-1,i}^{h}$ 及下方点(*i*,*j*-1)的走时 $t_{i,j-1}^{h}$ ,因为这两个走时在第一 次扫描中可以递归地追溯到初始点.由于它们已经计算得到 了全局最小解,所以在第一次扫描后便得到了第一象限内和 x,y正半轴上所有节点的正确走时.同样,经过第二次扫描 后,我们可以得到第二象限内和 x 负半轴上所有节点的全局 最小走时,在该过程中第一象限内和 x、y 正半轴上的所有节 点的走时因为已经达到最小且满足离散方程组而不会发生 改变. 在第三次扫描后, 第三象限内和 y 轴负半轴上的所有 节点也得到正确的走时,而前两次扫描得到的正确结果保持 不变.这样,经过第四次扫描,我们便得到了满足离散程函方 程组的所有节点的正确走时.





(b) The fast sweeping algorithm for a single date point (b) The fast sweeping algorithm for a circle.

与基于高频近似射线理论的走时层析成像方法不同,基 于程函方程数值解的走时层析成像方法首先计算走时场而 非射线路径,然后基于走时场的负梯度进行射线路径追踪计 算,接着基于观测走时和理论走时差反演上地壳速度结构. 常用的反演方法包括最小二乘方法(Scales *et al.*, 1990; Phillips and Fehler, 1991; Zelt and Barton, 1998)和反投影方 法(Hole, 1992).在第1.1.1节介绍了最小二乘法,这里以 反投影方法为例.

所谓的反投影方法,即沿最陡走时梯度方向从接收点向 炮点方向反向追踪射线路径(Hole, 1992).在源点和接收点 间的走时 *t*(如式(2))中加入慢度扰动并进行线性化处理, 经整理得到走时扰动 δ*t* 与慢度扰动 δ*c*(**r**)之间的关系为

$$\delta t = t - t_0 = \int_{L[s_0(\mathbf{r})]} \delta s(\mathbf{r}) \,\mathrm{d}l \,\,, \tag{9}$$

其中,*s*<sub>0</sub>(*r*) 是参考慢度场,*L*[*s*<sub>0</sub>(*r*)] 是该慢度场中的射线轨 迹,*t*<sub>0</sub> 是其走时. 在射线路径不变的情况下,(9) 式中的走时 残差和慢度扰动为线性关系,可以用该式进行反演计算. 通 过迭代方法以反投影法近似求解方程(9) 式,得到最终的慢 度扰动模型为

$$\delta s(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{M} \frac{\delta t_j}{l_j} A g_j(\mathbf{r}) , \qquad (10)$$

其中, $\delta_{i_j}$ 和 $l_j$ 分别是第j条射线的走时残差和射线段总长度,A是以第j条射线为中心的横截面积, $g_j(\mathbf{r})$ 是数据核.在第j条射线上, $Ag_j(\mathbf{r})$ 的值为1,该值在其他地方均为零.通过(10)式,给出每个网格节点上的慢度扰动,即:

$$\partial s = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \frac{\delta t_k}{l_k} , \qquad (11)$$

其中 K 是网格单元中的射线数.

基于程函方程数值解的走时成像方法在正演计算中能获得绝对最小走时,且无条件稳定,适用于强烈的非均匀速度场,因此该方法得到了广泛的应用(Zelt et al., 2001, 2006;段永红等, 2002;徐涛等, 2014, 2015;Xu et al., 2015).图5是徐涛等(2014)利用宽角地震资料的初至波震相,通过有限差分反演方法揭示了丽江—攀枝花—清镇深地震测深剖面下方的射线覆盖内的上地壳速度结构,发现主震震中位于上地壳高速和低速交接处.





Fig. 5 Upper crustal velocity structure along the profile in the ray coverage region (Xu T et al., 2014)
Red star denotes the position of main shock; Black circles denote projection of aftershock distribution. Main Faults: LJ-XJHF, Lijiang-Xiaojinhe fault; CHF, ChengHai fault; YM-LZJF, Yuanmou-Lüzhijiang fault; ANHF, Anninghe fault; XJF, Xiaojiang fault; WN-SCF, Weining-Shuicheng fault.





#### 1.1.3 基于图论走时层析成像方法

基于图论的走时层析成像方法主要是基于最短路径方法进行走时计算.最短路径方法的基本原理是图论中的最短路径追踪技术.1959年,Dijkstra提出最短路径算法,该算法基于网络理论,计算精度高、数值计算稳健(Moser,1991;刘洪等,1995;唐小平和白超英,2009;Bai et al.,2010;赵瑞和白超英,2010).1986年,Nakanishi和Yamaguchi(1986)基于Fermat原理及图论中的最短路径理论,用走时最短的路径来近似地震波射线.后来,经Moser等的逐渐完善(Moser,1991),逐步发展成现在的最短路径射线追踪方法.该类方法首先进行走时场计算,再依据最短路径计算射线路径,可以计算单个震源激发的走时场以及震源到任意网格点的射线路径.

最短路径方法多采用正方形网格剖分介质模型(图6),



图 7 三维速度模型(白超英等, 2011) (a) z = -24 km 水平面速度分布;(b)y=40 km 垂直剖面速度分布. Fig. 7 3D velocity model (Bai *et al.*, 2011) (a) Horizontal velocity at z = -24 km; (b) Vertical velocity at y=40 km.

并在各网格线上设置一些按一定规律分布的节点,节点间用 直线连接,构建速度模型上的一个网络图(图 6a).由于任意 两个节点间均存在多条可能的路径,最短路径方法依据 Fermat 原理选取接收点到源点间走时最小的路径来作为该 接收点的真实射线路径(图 6b).

为增加射线角度的覆盖,Bai等(2007)针对三维最短路 径算法进行了改进,在单元中插入次级节点,能有效减少单 元个数,适应大网格的速度模型,有效提高了计算速度和计 算精度.由于次级节点、炮点和检波点(如与网格不重合)的 速度值通过拉格朗日三次线性插值得到,可更好适应复杂介 质.最短路径方法,在处理前首先将模型内所有网格节点的 集合 N 分为四个子集,即 P 集:表示已作为次级震源的确定 最小走时的节点集合;Q 集:已计算过至少一次局部最小走 时但仍未确定最小走时的节点集合;R 集:表示在 N 中除去 P、Q 后剩余的尚未计算走时的节点集合;F 集:表示与震源 (或子震源)直接相邻,每次迭代需要计算局部最小走时的 节点集合.具体实现流程为:

(1)初始化,令P、Q为空集,R=N.将震源走时取为零, 其他节点走时为大值.利用公式(12)计算震源点到相邻节 点的走时.震源点放入P集并从R集剔除,已作为次级震源 的节点放入Q集并从R集剔除.公式(12)为

$$t(j) = t(i) + \frac{l_{ij}}{v_{\rm p}},$$
(12)

其中,*j*表示节点,*i*表示震源或子震源,*l<sub>ij</sub>*表示*i*,*j*间的几何 距离,*v*<sub>p</sub>表示对应的单元速度值.

(2)循环计算. 从集合 Q 中选取走时最小的节点作为子 震源 *i*,然后计算子源点 *i* 到相邻节点 *j* 的局部走时. 若 *j* ∈ Q, 计算走时小于原值,则用该值替换原走时,否则保持走时不 变;若 *j* ∈ R,直接利用公式计算出走时,并将节点 *j* 放入 Q 中 并从 R 中剔除. 最后,将子源点 *i* 从 Q 转至 P.

(3)循环判断.如果集合 *P* = *N* 或 *R* 为空集时循环结束, 否则转向(2).

在改进的最短路径方法基础上, 白超英等( 唐小平和白 超英, 2009; 赵瑞和白超英, 2010; Bai et al., 2010) 又实现

了非规则网格离散最短路径算法下的多次波射线追踪,结合 阻尼最小二乘最优化反演算法(详细介绍请参照第1.1.1 节)实现了各向同性介质(黄国娇和白超英, 2010; 白超英 等, 2011)和各向异性介质(黄国娇等, 2016, 2018)中的多 震相走时反演成像.图7中为一个三维速度模型,30 km 以 上为起伏速度分布,其下为线性增加.模型中存在两个界面, 分别为 z = -30 km 的水平界面和 z = -44 ~ -48 km 的倾斜 台阶状界面.模型网格化时选择 4.0 km × 4.0 km × 4.0 km 的正方体单元进行剖分,界面附近采用不规则单元.选择一 维层状线性速度模型作初始模型.图8是基于非规则网格离 散最短路径算法的不同震相组合的走时联合反演成像结果 (垂直剖面结果),其中图8b是仅用直达P波反演的结果;图 8c 是仅用一次反射波( $P_1P$  及  $P_mP$ )反演的结果;图 8d 是仅 用二次反射波(pP<sub>1</sub>P 及 pP<sub>m</sub>P)反演的结果;图 8e 是结合直 达 P 波和一次反射波联合反演的结果;图 8f 是结合直达 P 波、一次反射波和二次反射波联合反演的结果.结果表明基 于非规则网格离散的最短路径多次波射线追踪技术的多震 相走时资料联合反演成像方法不仅能增加射线条数,又能增 加不同射线的交叉概率,显著提高成像的空间分辨率(白超 英等, 2011).

## 1.2 无射线路径走时层析成像方法

传统走时层析成像方法通常依赖显式的射线追踪计算, 需要沿着射线路径计算 Fréchet 导数矩阵,耗时又占内存.在 数据量和计算量不大时,与射线追踪相关的效率低下问题不 显著;但对于海量数据和庞大计算量时,该问题尤为突出,效 率极其低下、甚至无法实现.为避免 Fréchet 导数矩阵的计 算,Chavent(1974)将控制理论中发展的伴随状态法(Lions, 1971)应用于反演问题中,其内存量由离散模型的范围控制, 不依赖于观测数据的规模(Taillandier *et al.*, 2009).

与传统的走时成像相比,无射线路径的层析成像方法基 于伴随状态法的初至波走时层析成像方法(Leung and Qian, 2006; Taillandier *et al.*, 2009; Noble *et al.*, 2010; Huang and Bellefleur, 2012; 谢春等, 2014; Waheed *et al.*, 2016),无需





Fig. 8 Seismic tomography (cross section at y = 40 km) combining different sets of traveltimes (Bai *et al.*, 2011) (a) Real model; (b) Direct P arrivals; (c) One-time reflected P<sub>1</sub>P and P<sub>m</sub>P arrivals; (d) Two-time reflected pP<sub>1</sub>P and pP<sub>m</sub>P arrivals; (e) Direct P arrivals + one-time reflected arrivals; (f) Direct P arrivals + one-time reflected arrivals + two-time reflected arrivals.

显式的射线追踪计算,可以摆脱层析成像问题对显式射线路 径的依赖,具有快速、稳健的优点,是初至波走时成像发展的 重要方向.

对于初至波走时层析成像而言,准确求取初至波走时和 目标函数的梯度非常重要.本文介绍的无射线路径的层析成 像方法采用快速扫描法进行程函方程走时场的正传和逆传, 基于伴随状态法直接计算敏感核(梯度).该方法避免了 Fréchet导数矩阵的计算和存储,具有快速、稳健的优点.

1.2.1 走时层析成像目标函数

走时层析成像中的目标函数为

$$J(c) = \frac{1}{2} \int_{\partial \Omega_{\rm p}} |T - T^*|^2 , \qquad (13)$$

式中,T为检波点 $\partial \Omega_{p}$ 处的理论走时; $T^{*}$ 为观测走时. 1.2.2 正向传播的初至波走时场

基于波动方程的高频近似理论,地震波走时场满足程函 方程(8). 走时在震源点 x<sub>s</sub>处满足初值条件:*T*(x<sub>s</sub>)=0. 求解 程函方程(8)的过程中,由震源激励走时场 *T*(x),即走时由 震源向检波点正传,求解满足初值条件的问题. 程函方程 (8)可利用快速扫描法进行求解,以获得地震初至波走时. 具体过程可参照第1.1.2节.

1.2.3 反向传播的伴随初至走时场

求解层析成像问题的关键是找出目标函数(13)的最优 解.为避免 Fréchet 导数矩阵的计算,利用伴随状态法在程函 方程中引入一个拉格朗日乘子与之相乘,结合传统的目标函 数(13)构建增广的目标函数,即:

$$L(c,t,\boldsymbol{\lambda}) = \frac{1}{2} \int_{\partial \Omega_{p}} |t(\boldsymbol{x}) - T^{*}(\boldsymbol{x})|^{2} d\partial \boldsymbol{\Omega} - \frac{1}{2} \int_{\boldsymbol{\Omega}} \boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{x}) \left[ |\nabla t(\boldsymbol{x})|^{2} - \frac{1}{c(\boldsymbol{x})^{2}} \right] d\boldsymbol{\Omega} , \qquad (14)$$

式中,t(x)是程函方程在检波点x处的解; $\lambda$ 是拉格朗日乘 子,又称为伴随状态变量,可保证当上述目标函数取得最优 解时, $t(x) = T^*(x)$ .

在求解目标函数最小值时,走时t(x)、拉格朗日乘子 $\lambda(x)$ 与速度c(x)相互独立,目标函数满足:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \quad , \tag{15}$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} = 0$$
 , (16)

(21)

$$\frac{\partial L}{\partial c} = -\int_{\Omega} \frac{\lambda(\mathbf{x})}{c^3(\mathbf{x})} = \frac{\partial J}{\partial c}, \qquad (17)$$

根据 $\frac{\partial L}{\partial t} = 0$ 得:

伴随走时场.

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \int_{\partial \Omega_{p}} [t(\mathbf{x}) - T^{*}(\mathbf{x})] d\partial \Omega - \int_{\Omega} \lambda(\mathbf{x}) \nabla t(\mathbf{x}) \frac{\partial \nabla t}{\partial t} d\Omega = 0 , \qquad (18)$$

根据高斯定理,上式可改写为

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \int_{\partial \Omega_{p}} [t(\mathbf{x}) - T^{*}(\mathbf{x}) - \lambda \mathbf{n} \cdot \nabla t] d\partial \Omega + \int_{\Omega} \nabla \lambda(\mathbf{x}) \cdot \nabla T(\mathbf{x}) d\Omega = 0.$$
(19)

由于上式在整个计算区域内成立,则在检波点处有:

 $(\boldsymbol{n} \cdot \nabla T) \lambda = T - T^* , \qquad (20)$ 

式中,n是边界的外法线矢量.在介质内部, $\lambda$ 满足:

用快速扫描法求解伴随走时场方程  $\nabla \cdot (-\lambda \nabla T) = 0$ , 其边界条件为 $\lambda = \frac{T - T^*}{n \cdot \nabla T}$ ,即将归一化的走时残差 $\frac{T - T^*}{n \cdot \nabla T}$ 作 为边界条件并用快速扫描法求解无源微分方程  $\nabla \cdot (-\lambda \nabla T) = 0$ .获得整个模型空间的 $\lambda$ 后,利用 $\frac{\partial L}{\partial c} = -\int_{\Omega} \frac{\lambda(\mathbf{x})}{c^3(\mathbf{x})} = \frac{\partial J}{\partial c}$ 式即可获得目标函数对模型参数的梯度 $\frac{\partial J}{\partial c}$ ,然后利用  $c_{n+1} = c_n - \alpha \frac{\partial J}{\partial c}$ 对模型进行迭代更新,其中  $\alpha$ 是步长.

Taillandier 等(2009)和 Noble 等(2010)展示了该层析成 像方法能够较好地应用于当前并行计算机体系结构,能处理 非常庞大的数据集,且对近地表速度结构的成像具有较强的 垂向和横向分辨能力,具有较大的应用潜力. Huang 和 Bellefleur(2012)将该方法进行扩展,实现了透射波和反射波 走时数据的联合反演,该方法较初至波成像方法能获得深部 的结构信息.谢春等(2014)通过理论模型试验和实际资料 的处理,验证了基于程函方程的伴随状态法初至波走时层析 成像方法的高效性和较好的应用潜力. Waheed 等(2016)将 基于伴随状态法的初至波走时层析成像方法引入到各向异 性介质中,发展了 VTI 介质下的伴随状态法初至波层析成像 方法.

## 2 有限频层析成像方法

传统的走时层析成像认为地震波是无限高频的,将波路 径视为地震射线,认为检波点处的走时仅依赖于射线路径上 的波速异常.然而,一方面地球本身不是完全弹性的,地震波 在传播过程中随着距离的增加高频成分会被吸收衰减;另一 方面地震震源通常是有限频带而并非无限高频,因此实际记 录到的地震波是有限频带的,并不满足无限高频假设.传统 的高频近似假设并不能考虑地震波的散射、波前愈合及射线 路径在低速区发散、在高速区聚集而引起射线分布不均匀等 复杂的波现象问题(图9).Woodward(1992)利用 Born 和 Rytov 两种近似方法发现地震波走时的变化不仅与中心射线 路径上的速度异常有关,周围一定范围内的速度异常对走时 的变化都有贡献,并将这一距离范围确定为第一菲涅尔带. 有限频层析成像方法基于地震波的有限频带特性,同时考虑 了射线路径和射线路径外的速度对地震波走时的影响,在理 论上更为完备.该类方法主要分为射线有限频层析成像方法 (Dahlen *et al.*, 2000; Hung *et al.*, 2000; Zhao *et al.*, 2000; Capdeville, 2005)和基于波动方程的有限频层析成像方法 (Luo and Schuster, 1991; Pratt *et al.*, 1998; Pratt, 1999; Tromp *et al.*, 2005; Fichtner *et al.*, 2009; Tong *et al.*, 2011, 2014a, b).接下来,本文将分别对这两类方法进行具体 介绍.

#### 2.1 射线有限频层析成像方法

针对地震波频率的带限性, Zhao 等(2000)和 Capdeville (2005)用简正振型方法获得球对称介质中弹性波的三维有 限频走时敏感核,该方法构建的体波波场严格符合波动方 程,但计算量庞大.为提高计算效率并利用更多地震资料, Dahlen 等(2000)和 Hung 等(2000)提出了 Banana-Doughnut 理论,采用射线求和及旁轴近似两种射线方法分别获得三维 敏感核,发展了有限频层析成像方法.

有限频走时层析成像方法的关键在于敏感核的计算. 下面具体介绍 Dahlen 等提出的有限频层析成像方法的敏感核 计算.2000年, Dahlen 等利用一阶 Born 近似并结合单一散射 点假设,在频率域给出格林函数和弹性参数的扰动关系式, 并将其转换到时间域,然后使用 WKBJ 近似合成地震图. 基 于一阶 Born 近似,将走时残差 δT 表示为

$$\delta T = \iint_{\oplus} \left[ K_{\alpha} \left( \frac{\delta \alpha}{\alpha} \right) + K_{\beta} \left( \frac{\delta \beta}{\beta} \right) + K_{\rho} \left( \frac{\delta \rho}{\rho} \right) \right] \mathrm{d}^{3} x , \qquad (22)$$

其中:

$$K_{\alpha,\beta,\rho} = -\frac{1}{2\pi} \sum_{\text{rays}'} N\Omega_{\alpha,\beta,\rho} \left(\frac{1}{\sqrt{c'c''}}\right) \left(\frac{\Re}{c_r \Re' \Re''}\right) \times \int_0^\infty \omega^3 |\dot{m}(\omega)|^2 \sin [\omega(T' + T' - T) - (M' + M'' - M)\pi/2] d\omega$$

$$\int_0^\infty \omega^2 |\dot{m}(\omega)|^2 d\omega$$
(23)

公式(22)中的  $K_{\alpha}$ 、 $K_{\beta}$ 、 $K_{\rho}$  是三维敏感核,它们分别与参数相 对扰动量  $\delta\alpha/\alpha$ 、 $\delta\beta/\beta$ 、 $\delta\rho/\rho$  对走时残差  $\delta T$  的影响程度有关, ①表示整个模型空间.公式(23)是三维敏感核的表达式,作 为到达散射点的所有射线求和的形式; $\omega$  是地震波频率,c 是 散射点上的波速, $c_r$  是接收点的波速; $\Re$ 、 $\Re'$ 、 $\Re''$ 分别是从震 源到接收点、震源到散射点、接收点到散射点的几何扩散系 数;T、T'、T'和M、M''分别是相应射线的传播走时和马斯 洛夫指数; $\Omega_{\alpha,\beta,\rho}$ 是散射系数,代表波通过散射点后能量朝各 个方向散射的比例; $|\hat{m}(\omega)|^2$ 为震源时间函数的能量谱,明 确表达出在求互相关走时残差时要考虑频率的影响.有限频 敏感核是有限频层析成像的基础,由于它要对所有单点散射 波进行射线追踪求和,这是一个非常耗时的过程.如果忽略 与未受扰动波类型不同的散射波,采用旁轴近似可有效减少 射线追踪的运算量(Dahlen *et al.*, 2000).在傍轴近似条件 下,敏感核的表达式为: (24)

$$\begin{split} K_{\alpha,\beta} &= -\frac{1}{2\pi c} \Big( \frac{\Re}{c_r \Re' \Re''} \Big) \times \\ \frac{\int_0^\infty \omega^3 \mid \dot{m}(\omega) \mid^2 \sin [\omega(T' + T'' - T) - (M' + M'' - M)\pi/2] d\omega}{\int_0^\infty \omega^2 \mid \dot{m}(\omega) \mid^2 d\omega} \end{split}$$

其中,*K<sub>α,β</sub>*分别是纵波和横波的敏感核. 敏感核(24)不仅是 位置的函数,也是频率的函数,代表了空间位置处某点的速 度异常对走时残差的贡献. 当前,求解有限频层析成像反演 问题的主要反演方法是线性阻尼最小二乘法,该方法的介绍 具体参照第1.1.1 节的内容.

有限频层析成像方法考虑地震波频带本身所具有的有限频特性及波前愈合等效应,克服了射线理论中"无限高频"假设所带来的弊端.而且,由于它考虑了射线路径外的速度结构对地震波传播走时的影响,使反演过程中偏导数矩阵的稀疏程度大大降低,提高反演的稳定性(Hung et al., 2000).所以,射线有限频层析成像方法得到了广泛的应用. Zhao等(2005)通过构建三维有限频敏感核,对南加州地区沉积盆地的区域地壳结构进行研究.Yang和Shen(2006)在有限频体波走时层析成像中考虑了频率独立性因素,并对地壳结构进行了成像研究.Pollitz(2007)利用有限频走时层析成像研究了旧金山海湾区域的地壳速度结构.Gautier等(2008)利用有限频层析成像得到了Gorinth海湾西部的地壳结构,通过与基于高频近似射线理论的走时层析结果对比,表明有限频层析成像方法具有更好的浅层和小尺度的构造分辨能力.

#### 2.2 基于波动方程有限频层析成像方法

近年来,随着数字地震台站的日益密集化和高性能计算 的迅猛发展,通过求解声波方程或弹性波方程来模拟实际地 球模型中地震波的传播过程已经成为现实(Pratt *et al.*, 1998, 1999; Tromp *et al.*, 2005; Fichtner *et al.*, 2006; Tong *et al.*, 2011, 2014a, b; Liu *et al.*, 2017a, b). 假设在台站  $\mathbf{x}_r$ 处接收到震源位置  $\mathbf{x}_s$ 的地震波形记录  $d(t, \mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s)$ ,在给 定的初始速度和震源参数模型  $\mathbf{m}_0 = (c_0(\mathbf{x}), \mathbf{x}_s, t_0)$ 下,在该 台站处可以得到合成的地震记录  $s(t, \mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s)$ . 为度量合成地 震记录和真实波形记录之间的波形记录差异,定义目标函数 为(*Tromp* et al., 2005);

$$\chi(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{m}_{0}, \boldsymbol{x}_{r}) = \frac{1}{2} \frac{\int_{0}^{t} \omega^{2}(t) |\boldsymbol{d}(t, \boldsymbol{x}_{r}, \boldsymbol{x}_{s}) - \boldsymbol{s}(t, \boldsymbol{x}_{r}, \boldsymbol{x}_{s})|^{2} dt}{\int_{0}^{t} \omega(t) |\boldsymbol{d}(t, \boldsymbol{x}_{r}, \boldsymbol{x}_{s})|^{2} dt},$$
(25)

其中,  $s(t, x_r, x_s)$ 是在初始模型  $m_0$ 下的合成地震记录,通过 求解声波方程在台站位置  $x_r$ 得到; $\omega(t)$ 是一个时间窗函数, 用来选择特定震相的波形.基于一阶 Born 近似及利用泰勒 公式,经过整理计算,得到扰动模型下目标函数的变化量为

$$\delta \chi = \chi(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{m}_0 + \delta \boldsymbol{m}, \boldsymbol{x}_r) - \chi(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{m}_0, \boldsymbol{x}_r)$$
$$= -\int_{\Omega} K_c(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_r, \boldsymbol{x}_s) \frac{\delta c(\boldsymbol{x})}{c_0(\boldsymbol{x})} d\boldsymbol{x} - \int_0^T \boldsymbol{K}_s \cdot \delta \boldsymbol{x}_s dt - \int_0^T K_t \delta t dt ,$$
(26)

其中:

$$K_{c}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_{r},\boldsymbol{x}_{s}) = -\int_{0}^{T} 2c_{0}^{2}(\boldsymbol{x}) \nabla \boldsymbol{s}^{*} (T-t,\boldsymbol{x}) \cdot \nabla \boldsymbol{s}(t,\boldsymbol{x}) dt ,$$
(27a)

$$\overrightarrow{\boldsymbol{K}}_{s} = f(t - t_{0}) \nabla \boldsymbol{s}^{*} (T - t, \boldsymbol{x}_{s}) , \qquad (27b)$$

$$K_{t} = -s^{*} (T - t, \mathbf{x}_{e}) f'(t - t_{0}) . \qquad (27c)$$

如果模型扰动 δm 恰好就是真实地球介质模型与初始 速度模型的差异,即:

$$\boldsymbol{m} = \boldsymbol{m}_0 + \delta \boldsymbol{m} \quad (28)$$

则可认为目标函数取得理想情况下的极小值,即:

$$\chi(\boldsymbol{m},\boldsymbol{m}_0+\delta\boldsymbol{m},\boldsymbol{x}_r)=0 , \qquad (29)$$

此时,有式(30)成立:

$$\frac{1}{2} \frac{\int_{0}^{T} \boldsymbol{\omega}^{2}(t) |\boldsymbol{d}(t, \boldsymbol{x}_{r}, \boldsymbol{x}_{s}) - \boldsymbol{s}(t, \boldsymbol{x}_{r}, \boldsymbol{x}_{s})|^{2} dt}{\int_{0}^{T} |\boldsymbol{\omega}(t) \boldsymbol{d}(t, \boldsymbol{x}_{r}, \boldsymbol{x}_{s})|^{2} dt}$$
$$= -\int_{\Omega} K_{c}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_{r}, \boldsymbol{x}_{s}) \frac{\delta c(\boldsymbol{x})}{c_{0}(\boldsymbol{x})} dx - \int_{0}^{T} \overrightarrow{\boldsymbol{K}}_{s} \cdot \delta \boldsymbol{x}_{s} dt - \int_{0}^{T} K_{t} \delta t dt.$$
(30)

式(30)称为基于声波方程的地震波形层析成像控制方程,它表明了初始模型与真实模型之间的目标函数与模型扰动之间的关系.其中,式(27a)称为基于声波方程的波形层析成像的目标函数相对于速度扰动的敏感核;式(27b)称为关于震源位置扰动的敏感核;式(27c)为关于发震时刻扰动的敏感核.

在建立的基于波动方程地震波形层析成像的控制方程 中,有一个位于接收器 x,处的新的地震波场 s\*(t,x),它由 从 T 时刻开始向 0 时刻逆时传播的虚拟波场得到,称之为伴 随波场,其具体形式为

$$\frac{\partial^2 \mathbf{s}^*(t,\mathbf{x})}{\partial t^2} = \nabla \left[ c_0^2(\mathbf{x}) \nabla s^*(t,\mathbf{x}) \right] + \boldsymbol{\omega}^2 (T-t)$$
$$\frac{(\boldsymbol{d}-\boldsymbol{s}) (T-t,\mathbf{x}_r,\mathbf{x}_s)}{\int_0^T |\boldsymbol{\omega}(t) \boldsymbol{d}(t,\mathbf{x}_r,\mathbf{x}_s)|^2 \mathrm{d}t} \delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}_r) . \quad (31)$$

考虑到伴随波场与震源波场在相同介质模型中传播,且 半空间区域 Ω具有自由地表条件.于是该问题是具有初始 边值条件的定解问题,即:

$$\begin{cases} s^*(t,x) = \frac{\partial s^*(t,x)}{\partial t} = 0 & x \in \Omega \\ n \cdot \left[ c_0^2(x) \nabla s^*(t,x) \right] = 0 & x \in \partial \Omega \end{cases},$$
(32)

因此,波动方程有限频层析成像需要同时数值求解波动方程 和伴随波场来获得地震层析成像的敏感核.

基于波动方程的有限频层析成像考虑了地震波频率的 带限性,能准确处理复杂地质问题,提高成像可靠性并能以 图像形式直观展示地球内部地震波的速度结构分布.近些 年,波形层析成像在地球内部结构探测方面取得了初步的尝 试,也取得了一系列的研究成果(Gauthier *et al.*, 1986; Mora, 1987; Bunks *et al.*, 1995; Operto *et al.*, 2004; Fichtner *et al.*, 2006a, b; Brenders and Pratt, 2007; Tape *et al.*, 2007, 2010; Sirgue *et al.*, 2010; Fichtner and Tramper, 2011; Tong *et al.*, 2014b; 丁继才等, 2017; Liu *et al.*, 2017a, b). Tape 等(2010)利用波形层析成像方法对加利福 尼亚南部地壳速度结构进行了研究.数据来源于 203 个台站 记录到的143 个区域地震信号(包括体波和面波)的三个分



量波形,频带范围在2~30 s之间,初始3D模型由加利福尼 亚南部地震中心提供.图 10 是经过 16 次反演后得到的剪切 波地壳速度结构模型,其中上图表示10km深度处的速度结 构,下图表示沿119°W的速度垂直剖面.该模型显示从北向 南,沿119°W在10 km 深度处各地区速度变化情况:内华达 西部(快)、圣华金盆地南部(慢)、圣埃米格迪奥山(快)、文 图拉盆地(慢)、圣莫妮卡山(快)和圣莫妮卡盆地(快). 该模 型揭示了沉积盆地、出露基岩及断层间的岩性对比等与地质 观测相关的特征.图11显示了横断山脉西部到圣地亚哥附 近的速度切片,以及利用初始模型以及最终反演结果合成的



反演结果深度切片与剖面图(Tape et al., 2010) 图 10 顶部:第16次迭代后速度模型在10km深度处的V、地壳模型; 底部:沿119°W的垂直横截面.虚线表示10 km 深度; 等值线间隔为0.5 km/s.SA: 圣安德烈斯断层; G: 加洛克断层;SY: 圣伊内斯断层. Depth slice and Vertical cross-section of the Fig. 10 inversion velocities (Tape et al., 2010) Top: Final  $V_{\rm S}$  crustal model at 10 km depth after 16 iterations; Bottom, Vertical cross-section along 119°W, looking west. Dashed line denotes 10 km depth; contour interval is 0.5 km/s. SA: San Andreas fault; G: Garlock fault; SY: Santa Ynez fault.



图 11 垂直速度剖面和相应的三分量地震图(Tape *et al.*, 2010) (a)沿震源(震源信息:*M*<sub>w</sub> 4.2, 深度 11.4 km) 到圣迭戈附近的台站 DPP. CI(台站信息:偏移距 220.1 km)*V*<sub>s</sub> 深度切片.SY:圣伊内斯断层; MC:马利布海岸断层;(b)6~30s周期范围的合成地震图(红)与观测地震图(黑色)对比.左:基于加利福利亚南部一维速度模型计算的 波形;中:基于初始三维模型计算的波形;右:基于反演的3D模型计算的波形;Z:垂直分量;R:径向分量;T:横向分量. Fig. 11 Vertical velocity cross-sections and corresponding three-component seismograms. (Tape et al., 2010) (a) Cross-section of the VS tomographic models for a path from one event (Source:  $M_W$  4.2, depth 11.4 km) to station DPP. CI (Receiver: distance 220.1 km), near San Diego. SY: Santa Ynez fault; MC: Malibu Coast fault; (b) Synthetic seismograms (red) and observed seismograms (black) for the period range 6 ~ 30 s. The left column shows synthetics computed using a 1D model for southern California. The centre column shows synthetics computed using the initial 3D model. The right column shows synthetics computed using the final 3D model. Z: Vertical component; R: Radial component; T: Transverse component.

地震记录之间的波形对比.结果表明:基于最终反演结果的 合成波形与观测数据在3~30和2~30s的时间范围内吻合 较好,能够捕捉到清晰的盆地共振效应.该结果显示新模型 提供了更精确的合成地震图,相比于初始三维模型具有更高 的精度,有利于地震灾害评估.

## 3 结论与讨论

(1)基于高频近似射线理论的走时层析成像方法依据 走时正演计算时有无显式射线追踪,分为传统走时层析成像 方法和无射线路径的走时层析成像方法.前者根据射线追踪 方法来获得地震波传播的射线路径,然后根据射线路径,计 算敏感核,即目标函数相对于速度的偏导数(Fréchet 导数矩 阵),继而从走时异常中反演介质速度异常.由于该类射线追 踪方法强烈依赖显式的射线追踪计算,沿着射线路径计算 Fréchet 导数矩阵,耗时又占内存. 在数据量和计算量不大 时,与射线追踪相关的效率低下问题不显著;但对于海量数 据和庞大计算量时,该问题尤为突出,效率极其低下、甚至无 法实现.为此,无射线路径的层析成像方法成为初至波走时 成像发展的重要方向,主要以基于伴随状态法的初至波走时 层析成像方法为代表.该类方法采用高效的快速扫描法实现 程函方程走时场的正传和逆传,然后利用伴随状态法获得目 标函数的梯度直接计算敏感核,以避免 Fréchet 导数矩阵的 计算和存储,具有快速、稳健的优点.基于无限高频近似射线 理论地震波传播走时仅依赖于射线路径上的速度结构,而路 径外的速度结构异常对地震波走时贡献为零,无法考虑波前 愈合等复杂波现象且存在反演约束差等问题.为此上述成像 方法存在自身无法克服的困难,如速度强烈不均匀导致阴影 区或多路径现象,使其在浅层速度强烈变化时可能引起成像 失真等问题.

(2)实际上,地震波频率带宽是有限的,地震波的传播 不仅与中心射线路径上的介质参数有关,地球内部结构的非 均匀结构所导致的散射、波震面分裂、波前愈合及其他衍射 效应使地震波传播路径周围,特别是第一菲涅尔带内的介质 结构,对地震波的传播走时也具有重要的影响.有限频理论 克服了射线理论"无限高频"假设所带来的弊端,考虑更接 近真实情况的地震波带限性、波散射及波前愈合等情况,已 成为重要的研究方向之一.为此,基于有限频理论的层析成 像方法得以提出并受到了广泛关注.该类方法主要分为射线 有限频层析成像方法和基于波动方程的有限频层析成像方 法.射线有限频层析成像在实际应用中,首先追踪中心射线, 再利用旁轴近似方法在射线中心坐标系中求出中心射线外 的敏感核值,能显著地降低计算量,提高计算效率.但是,该 方法依然不能模拟实际中的复杂波现象,分辨率仍有所限 制.随着数字地震台站的日益密集化和高性能计算的迅猛发 展,通过直接求解声波方程或弹性波方程来模拟实际地球模 型中地震波的传播过程已经成为现实.基于波动方程的有限 频层析成像方法不仅在勘探尺度得到广泛应用,在地球内部 结构探测方面也取得了初步的尝试.该方法能准确处理复杂 地质问题,提高成像可靠性并能以图像形式直观展示地球内 部地震波的速度结构分布,由于具有高分辨率的特点,获得 的速度结构图像也蕴含了地下介质的构造界面信息.但是,

由于该方法极易收敛到局部极小解,致使其成功应用强烈依赖于数据中的充分低频信息或较精确的初始速度模型.所以,波形反演在实际资料中的广泛应用还需要更进一步的探索和发展.

**致 谢** 感谢审稿专家提出的修改意见和编辑部的大力 支持!

#### References

- Aki K, Christofferson A, Husebye E S. 1977. Determination of the three-dimensional seismic structure of the lithosphere [J]. J. Geophys. Res., 82(2): 277-296.
- Aki K, Lee W H K. 1976. Determination of three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first P arrival times from local earthquakes: 1. A homogeneous initial model [J]. Journal of Geophysical Research, 81(23): 4381-4399.
- Bai C Y, Greenhalgh S. 2006. 3-D local earthquake hypocenter determination with an 'irregular' shortest-path method [J]. Bull. Seism. Soc. Am., 96 (6): 2257-2268, doi: 10. 1785/ 0120040178.
- Bai C Y, Greenhalgh S, Zhou B. 2007. 3D ray tracing using a modified shortest-path method [J]. Geophysics, 72(4): T27-T36, doi: 10. 1190/1.2732549.
- Bai C Y, Huang G J, Li Z S. 2011. Simultaneous inversion combining multiple-phase travel times within 3D complex layered media [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 54 (1): 182-192, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733.2011.01.019.
- Bai C Y, Huang G J, Zhao R. 2010. 2D/3D irregular shortest-path ray tracing for multiple arrivals and its applications [J]. Geophys. J. Int., 183 (3): 1596-1612, doi: 10.1111/j.1365-246x.2010. 04817. x.
- Bona A, Slawinski M A, Smith P. 2009. Ray tracing by simulated annealing: Bending method [J]. Geophysics, 74(2): T25-T32, doi: 10.1190/1.3068006.
- Brenders A J, Pratt R G. 2007. Full waveform tomography for lithospheric imaging; Results from a blind test in a realistic crustal model [J]. Geophys. J. Int., 168(1): 133-151, doi: 10.1111/ j.1365-246X.2006.03156.x.
- Brossier R, Operto S, Virieux J. 2009. Seismic imaging of complex onshore structures by 2D elastic frequency-domain full-waveform inversion [J]. Geophysics, 74(6): WCC105-WCC118, doi: 10. 1190/1.3215771.
- Brzostowski M A, Mcmechan G A. 1992. 3-D tomographic imaging of near-surface seismic velocity and attenuation [J]. Geophysics, 57 (3): 396-403.
- Bunks C, Saleck F M , Zaleski S, et al. 1995. Multiscale seismic waveform inversion [J]. Geophysics, 60(5): 1457-1473.
- Capdeville Y. 2005. An efficient Born normal mode method to compute sensitivity kernels and synthetic seismograms in the Earth [J]. Geophys. J. Int., 163 (2): 639-646, doi: 10.1111/j.1365-246X.2005.02765.x.
- Cerveny V. 2001. Seismic ray theory [M]. Cambridge University Press.
- Cerveny V, Soares J E P. 1992. Fresnel volume ray tracing [J]. Geophysics, 57(7): 902-915.
- Chavent G. 1974. Identification of functional parameters in partial differential equations [J]. Joint Automatic Control Conference, 12: 155-156.
- Christensen N I, Mooney W D. 1995. Seismic velocity structure and composition of the continental crust: A global view [J]. J. Geophys. Res., 100(B6): 9761-9788.
- Dahlen F A, Hung S H, Nolet G. 2000. Fréchet kernels for finitefrequency traveltimes-I. Theory [J]. Geophysical Journal International, 141 (1): 157-174, doi: 10.1046/j.1365-246X. 2000.00070.x.
- Dahlen F A, Tromp J. 1998. Theoretical global seismology [ M ].

Princeton University Press.

- Ding J C, Sun W B, Huang X G, et al. 2017. The strategies of FWI realization for marine seismic data [J]. Geophysical Prospecting for Petroleum (in Chinese), 56 (1): 75-80, doi: 10.3969/j.issn. 1000-1441.2017.01.009.
- Ding Z F, He Z Q, Sun W G, et al. 1999. 3-D crust and upper mantle velocity structure in Eastern Tibetan plateau and its surrounding areas [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 42(2); 197-205, doi; 10.3321/j.issn;0001-5733.1999.02.007.
- Duan Y H, Zhang X K, Fang S M. 2002. Three-dimensional finitedifference tomography of velocity structure of the upper crustal in north China [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 45 (3): 362-369, doi: 10.3321/j.issn:0001-5733.2002.03.008.
- Fichtner A, Bunge H P, Igel H. 2006a. The adjoint method in seismology-I. Theory [J]. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 157(1-2): 86-104, doi: 10.1016/j.pepi.2006.03.016.
- Fichtner A, Bunge H P, Igel H. 2006b. The adjoint method in seismology-II. Applications: traveltimes and sensitivity functionals [J]. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 157(1-2); 105-123, doi; 10.1016/j.pepi.2006.03.018.
- Fichtner A, Kennett B L N, Igel H, et al. 2009. Full seismic waveform tomography for upper-mantle structure in the Australasian region using adjoint Methods [J]. Geophys. J. Int., 179 (3): 1703-1725, doi: 10.1111/j.1365-246X.2009.04368.x.
- Fichtner A, Tramper J. 2011. Resolution analysis in full waveform inversion [J]. Geophys. J. Int., 187(3): 1604-1624, doi: 10. 1111/j.1365-246X.2011.05218.x.
- Fischer R, Lees J M. 1993. Shortest path ray tracing with sparse graphs [J]. Geophysics, 58(7): 987-996.
- Gao E G, Xu G M. 1996. A new kind of step by step iterative ray-tracing method [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 39 (S1): 302-308.
- Gao E G, Xu G M, Jiang X Y, et al. 2002. Iterative ray-tracing method segment by segment under 3-D construction [J]. Oil Geophysical Prospecting (in Chinese), 37(1): 11-16, doi: 10.3321/j.issn: 1000-7210.2002.01.003.
- Gao E G, Xu G M, Zhao Y. 1998. Segmentally-iterative ray tracing method for any interface [J]. Oil Geophysical Prospecting (in Chinese), 33(1): 54-60.
- Gauthier O, Virieux J, Tarantola A. 1986. Two-dimensional nonlinear inversion of seismic waveforms: numerical results [J]. Geophysics, 51(7): 1387-1403.
- Gautier S, Nolet G, Virieux J. 2008. Finite-frequency tomography in a crustal environment: Application to the western part of the Gulf of Corinth [J]. Geophysical Prospecting, 56(4): 493-503, doi: 10. 1111/j.1365-2478.2007.00683.x.
- Hole J A. 1992. Nonlinear high-resolution three-dimensional seismic travel time tomography [J]. Journal of Geophysical Research, 97 (B5): 6553-6562.
- Hole J A, Clowes R M. Ellis R M. 1993. Interpretation of threedimensional seismic refraction data from western Hecate Strait, British Columbia: structure of the crust [J]. Canadian Journal of earth sciences, 30(7): 1440-1452.
- Hole J A, Zelt B C. 1995. 3-D finite-difference reflection travel times [J]. Geophys. J. Int., 121(2): 427-434.
- Hou H S, Gao R, Lu Z W, et al. 2010. Reflection seismic first-arrival wave tomography of Longqiao iron deposit and concealed deposit forecast in Luzong iron-polymetallic ore concentrated area [J]. Acta Petrologica Sinica (in Chinese), 26(9): 2623-2629.
- Huang G J, Bai C Y. 2010. Simultaneous inversion with multiple traveltimes within 2-D complex layered media [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 53(12): 2972-2981, doi: 10.3969/ j. issn. 0001-5733.2010.12.021.
- Huang G J, Bai C Y, Qian W. 2016. Multi-phase traveltime tomography in general anisotropic TI media: an example of crosshole tomography [J]. Oil Geophysical Prospecting (in Chinese), 51(1): 115-126, doi: 10.13810/j. cnki. issn. 1000-7210.2016.01.015.
- Huang G J, Sun J B, Bai C Y, et al. 2018. Seismic multi-wave traveltime tomography in 3D TI media [J]. Oil Geophysical

Prospecting (in Chinese), 53(1): 63-72, doi: 10.13810/j.cnki. issn. 1000-7210.2018.01.008.

- Huang J W, Bellefleur G. 2012. Joint transmission and reflection traveltime tomography using the fast sweeping method and the adjoint-state technique [J]. Geophysical Journal International, 188 (2): 570-582, doi: 10.1111/j.1365-246x.2011.05273.x.
- Hung S H, Dahlen F A, Nolet G. 2000. Fréchet kernels for finitefrequency traveltimes-II. Examples [J]. Geophysical Journal International, 141(1): 175-203.
- Julian B R, Gubbins D. 1977. Three dimensional seismic ray tracing [J]. Journal of Geophysics, 43: 95-113.
- Komatitsch D, Tromp J. 2002a. Spectral-element simulations of global seismic wave propagation-I. Validation [J]. Geophysical Journal International, 149 (2): 390-412, doi: 10.1046/j.1365-246X. 2002.01653.x.
- Komatitsch D, Tromp J. 2002b. Spectral-element simulations of global seismic wave propagation-II. Three-dimensional models, oceans, rotation and self-gravitation [J]. Geophysical Journal International, 150(1): 303-318, doi: 10.1046/j.1365-246X.2002.01716.x.
- Lailly P. 1984. The seismic inverse problem as a sequence of beforestack migrations [C]. Conference on inverse scattering: Theory and application: SIAM, 206-220.
- Lan H Q, Chen J Y, Zhang Z J. 2014. A fast sweeping scheme for calculating p wave first-arrival travel times in transversely isotropic media with an irregular surface [J]. Pure and Applied Geophysics, 171(9): 2199-2208, doi: 10.1007/s00024-014-0836-5.
- Lan H Q, Zhang Z J. 2013a. Topography-dependent eikonal equation and its solver for calculating first-arrival traveltimes with an irregular surface [J]. Geophysical Journal International, 193 (2): 1010-1026, doi: 10.1093/gji/ggt036.
- Lan H Q, Zhang Z J. 2013b. A high-order fast-sweeping scheme for calculating first-Arrival travel times with an irregular surface [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 103(3): 2070-2082, doi: 10.1785/0120120199.
- Lan H Q, Zhang Z, Xu T, et al. 2012. A comparative study on the fast marching and fast sweeping methods in the calculation of first-arrival traveltime field [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 27(5): 1863-1870, doi: 10.6038/j.issn.1004-2903.2012.05.005.
- Langan R T, Lerche I, Cutler R T. 1985. Tracing of rays through heterogeneous media: An accurate and efficient procedure [J]. Geophysics, 50(9): 1456-1465.
- Leung S Y, Qian J L. 2006. An adjoint state method for threedimensional transmission traveltime tomography using first-arrivals [J]. Communications in Mathematical Sciences, 4(1): 249-266, doi: 10.4310/CMS.2006.v4.n1.a10.
- Li F, Xu T, Wu Z B, et al. 2013. Segmentally iterative ray tracing in 3-D heterogeneous geological models [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 56 (10): 3514-3522, doi: 10.6038/ cjg20131026.
- Li F, Xu T, Zhang M H, et al. 2014. Seismic traveltime inversion of 3D velocity model with triangulated interfaces [J]. Earthquake Science, 27(2): 127-136, doi: 10.1007/s11589-013-0025-0.
- Li J G, Zhao B, Sun S W, et al. 2012. Application of seismic first arrival tomography inversion on the exploration of polymetallic mine [J]. Geoscience, 26(6): 1218-1224.
- Lions J L. 1971. Optimal control of systems governed by partial differential equations [M]. Springer Verlag, New York.
- Liu H, Meng F L, Li Y M. 1995. The interface grid method for seeking global minimum travel-time and the correspondent raypath [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 38(6): 823-832.
- Liu Q, Gu Y J. 2012. Seismic imaging: From classical to adjoint tomography [J]. Tectonophysics, 566-567: 31-66, doi: 10.1016/ j.tecto.2012.07.006.
- Liu Y S, Teng J W, Xu T, et al. 2017a. Robust time-domain full waveform inversion with normalized zero-lag cross-correlation objective function [J]. Geophys. J. Int., 209(1): 106-122, doi: 10.1093/gji/ggw485.
- Liu Y S, Teng J W, Xu T, et al. 2017b. Effects of conjugate gradient methods and step-length formulas on the multiscale full waveform

inversion in time domain: numerical experiments [J]. Pure and Applied Geophysics, 174(5): 1983-2006, doi: 10.1007/s00024-017-1512-3.

- Liu Z K, Wu Y G, Liu Y J, et al. 1995. Near-surface static correction method using first-arrival traveltimes velocity tomography [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 38(Supp. 1): 153-159.
- Luo Y, Schuster G T. 1991. Wave-equation traveltime inversion [J]. Geophysics, 56(5): 645-653.
- Menke W. 1984. Geophysical data analysis: Discrete inverse theory [M]. Academic Press, Florida.
- Mora P. 1987. Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multi-offset seismic data [J]. Geophysics, 52(9): 1211-1228.
- Moser T J. 1991. Shortest path calculation of seismic rays [ J ]. Geophysics, 56(1): 59-67.
- Mulder W A. 2006. The perturbed traveltime equation and the adjointstates gradient of the traveltime error [J]. Geophysical Journal International, 167 (2): 679-683, doi: 10.1111/j.1365-246X. 2006.02932.x.
- Nakanishi L, Yamaguchi K. 1986. A numerical experiment on nonlinear image reconstruction from first-arrival time for two-dimensional island arc structure [J]. Journal of Physics of the Earth, 34(2): 195-201.
- Noble M, Thierry P, Taillandier C, et al. 2010. High-performance 3D first-arrival traveltime tomography [J]. Leading Edge, 29(1): 86-93, doi: 10.1190/1.3284057.
- Nolet G. 2008. A breviary of seismic tomography: Imaging the Interior [M]. Cambridge University Press.
- Operto S, Ravaut C, Improta L, et al. 2004. Quantitative imaging of complex structures from dense wide aperture seismic data by multiscale traveltime and waveform inversion: A case study [J]. Geophysical Prospecting, 52(6): 625-651, doi: 10.1111/j.1365-2478.2004.00452. x.
- Pageot D, Operto S, Vallée M, et al. 2013. A parametric analysis of two-dimensional elastic full waveform inversion of teleseismic data for lithospheric imaging [J]. Geophys. J. Int., 193(3): 1479-1505, doi: 10.1093/gji/ggs132.
- Pereyra V, Lee W H K, Keller H B. 1980. Solving two-point seismic-ray tracing problems in a heterogeneous medium. Part I. A general adaptive finite difference method [J]. Bull. Seismol. Soc. Am., 70(1): 79-99.
- Phillips W S, Fehler M C. 1991. Traveltime tomography: A comparison of popular methods [J]. Geophysics, 56(10): 1639-1649.
- Plessix R-é. 2006. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications [J]. Geophysical Journal International, 167 (2): 495-503, doi: 10. 1111/j.1365-246X.2006.02978.x.
- Plessix R-é, Baeten G, Maag J W D, et al. 2012. Full waveform inversion and distance separated simultaneous sweeping: a study with a land seismic data set [J]. Geophysical Prospecting, 60(4): 733-747, doi: 10.1111/j.1365-2478.2011.01036.x.
- Plessix R é, Mulder W A, ten Kroode A P E. 2000. Automatic crosswell tomography by semblance and differential semblance optimization: Theory and gradient computation [J]. Geophysical Prospecting, 48(5): 913-935, doi: 10.1046/j.1365-2478.2000. 00217. x.
- Podvin P, Lecomte I. 1991. Finite difference computation of traveltimes in very contrasted velocity models: a massively parallel approach and its associated tools [J]. Geophysical Journal International, 105 (1): 271-284.
- Pollitz F F. 2007. Finite-frequency traveltime tomography of San Francisco Bay regional crustal velocity structure [J]. Geophys. J. Int., 171 (2): 630-656, doi: 10.1111/j.1365-246X.2007. 03532.x.
- Pratt R G. 1999. Seismic waveform inversion in the frequency domain, Part I: Theory and verification in a physical scale model [J]. Geophysics, 64(3): 888-901.
- Pratt R G, Shin C, Hick G J. 1998. Gauss-Newton and full Newton methods in frequency-space seismic waveform inversion [J]. Geophys. J. Int., 133(2): 341-362.
- Pratt R G, Song Z M, Williamson P, et al. 1996. Two-dimensional

velocity models from wide angle seismic data by wavefield inversion [J]. Geophys. J. Int., 124(2): 323-340.

- Qian J L, Zhang Y T, Zhao H K. 2007a. A fast sweeping method for static convex Hamilton-Jacobi equations [J]. Journal of Scientific Computing, 31(1-2): 237-271, doi: 10.1007/s10915-006-9124-6.
- Qian J L, Zhang Y T, Zhao H K. 2007b. Fast sweeping methods for eikonal equations on triangular meshes [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 45(1): 83-107, doi: 10.1137/050627083.
- Rawlinson N, Hauser J, Sambridge M. 2008. Seismic ray tracing and wavefront tracking in laterally heterogeneous media [J]. Advances in Geophysics, 49: 203-273, doi: 10.1016/S0065-2687 (07) 49003-3.
- Rawlinson N, Houseman G A, Collins C D N, et al. 2001. New evidence of Tasmania's tectonic history from a novel seismic experiment [J]. Geophys. Res. Lett., 28(17): 3337-3340, doi: 10.1029/2001GL013342.
- Rawlinson N, Pozgay S, Fishwick S. 2010. Seismic tomography: a window into deep Earth [J]. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 178(3-4): 101-135, doi: 10.1016/j.pepi.2009.10.002.
- Sambridge M S. 1990. Non-linear arrival time inversion: constraining velocity anomalies by seeking smooth models in 3-D [J]. Geophys. J. Int., 102(3): 653-677.
- Scales J A, Docherty P, Gersztenkorn A. 1990. Regularisation of nonlinear inverse problems: Imaging the near-surface weathering layer [J]. Inverse Problems, 6(1): 115-131.
- Sei A, Symes W W. 1994. Gradient calculation of the travel time cost function without ray-tracing [C]. 64<sup>th</sup> Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 1351-1354.
- Sethian J A. 1996. A fast marching level set method for monotonically advancing fronts [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 93(4): 1591-1595.
- Sethian J A. 1999. Level set methods and fast marching methods [M]. Cambridge University Press, Cambridge.
- Sethian J A, Popovici A M. 1999. 3-D traveltime computation using the fast marching method [J]. Geophysics, 64(2): 516-523.
- Shen P, Symes W W, Stolk C C. 2003. Differential semblance velocity analysis by wave-equation migration [C]. 73<sup>rd</sup> Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 2132-2135.
- Sirgue L, Barkved O I, Dellinger J, et al. 2010. Full waveform inversion: the next leap forward in imaging at Valhall [J]. First Break, 28(4): 65-70, doi: 10.3997/1365-2397.2010012.
- Sun M Y, Zhang J, Zhang W. 2017. Alternating first-arrival traveltime tomography and waveform inversion for near-surface imaging [J]. Geophysics, 82(4): R245-R257, doi: 10.1190/geo2016-0576.1.
- Symes W W. 2008. Migration velocity analysis and waveform inversion [J]. Geophysical Prospecting, 56(6): 765-790, doi: 10.1111/j. 1365-2478.2008.00698.x.
- Taillandier C, Noble M, Chauris H, et al. 2009. First-arrival traveltime tomography based on the adjoint-state method [J]. Geophysics, 74 (6): WCB57-WCB66, doi: 10.1190/1.3250266.
- Tang X P, Bai C Y. 2009. Multiple ray tracing within 3-D layered media with the shortest path method [J]. Chinese J Geophys (in Chinese), 52(10): 2635-2643, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733. 2009.10.024.
- Tape C, Liu Q Y, Maggi A, et al. 2010. Seismic tomography of the southern California crust based on spectral-element and adjoint methods [J]. Geophys. J. Int., 180 (1): 433-462, doi: 10. 1111/j.1365-246X. 2009.04429. x.
- Tape C, Liu Q Y, Tromp J. 2007. Finite-frequency tomography using adjoint methods-Methodology and examples using membrane surface waves [J]. Geophys. J. Int., 168 (3): 1105-1129, doi: 10. 1111/j.1365-246X.2006.03191.x.
- Tarantola A. 1984. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation [J]. Geophysics, 49(8): 1259-1266.
- Teng J W, Zhang Z J, Bai W M, *et al.* 2004. Physics of lithosphere [M]. Beijing: Science Press (in Chinese).
- Thurber C H, Ellsworth W L. 1980. Rapid solution of ray tracing problems in heterogeneous media [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 70(4): 1137-1148.

- Tong P, Zhao D, Yang D, et al. 2014a. Wave-equation-based traveltime seismic tomography-Part 1: Method [J]. Solid Earth, 5: 1151 -1168, doi: 10.5194/se-5-1151-2014.
- Tong P, Zhao D, Yang D, et al. 2014b. Wave-equation-based traveltime seismic tomography-Part 2: Application to the 1992 Landers earthquake (Mw7.3) area [J]. Solid Earth, 5(2): 1169-1188, doi: 10.5194/se-5-1169-2014.
- Tong P, Zhao D P, Yang D H. 2011. Tomography of the 1995 Kobe earthquake area: comparison of finite-frequency and ray approaches [J]. Geophys. J. Int., 187(1): 278-302, doi: 10.1111/j.1365-246x.2011.05139.x.
- Tromp J, Komatitsch D, Hjörleifsdóttir V, et al. 2010. Near real-time simulations of global CMT earthquakes [J]. Geophysical Journal International, 183 (1): 381-389, doi: 10.1111/j.1365-246X. 2010.04734. x.
- Tromp J, Komatitsch D, Liu Q Y. 2008. Spectral-element and adjoint methods in seismology [J]. Communications in Computational Physics, 3(1): 1-32.
- Tromp J, Tape C, Liu Q Y. 2005. Seismic tomography, adjoint methods, time reversal and banana-doughnut kernels [J]. Geophys. J. Int., 160(1): 195-216, doi: 10.1111/j.1365-246X.2004. 02453.x.
- Um J, Thurber C. 1987. A fast algorithm for two-point ray tracing [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 77(3): 972-986.
- Vidale J. 1988. Finite-difference calculation of travel times [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 78(6): 2062-2076.
- Vidale J E. 1990. Finite-difference calculation of traveltimes in three dimensions [J]. Geophysics, 55(5): 521-526.
- Vinje V, Iversen E, Åstebøl K, et al. 1996a. Estimation of multivalued arrivals in 3D models using wavefront construction-Part I [J]. Geophysical Prospecting, 44(5): 819-842.
- Vinje V, Iversen E, Åstebøl K, et al. 1996b. Estimation of multivalued arrivals in 3D models using wavefront construction-Part II [J]. Geophysical Prospecting, 44(5): 843-858.
- Vinje V, Iversen E, Gjoystdal H. 1993. Traveltime and amplitude estimation using wavefront construction [J]. Geophysics, 58(8): 1157-1166.
- Virieux J, Farra V. 1991. Ray tracing in 3-D complex isotropic media: An analysis of the problem [J]. Geophysics, 56(12): 2057-2069.
- Waheed U, Flagg G, Yarman C. 2016. First-arrival traveltime tomography for anisotropic media using the adjoint-state method [J]. Geophysics, 81(4): R147-R155, doi: 10.1190/segam2016-13822039.1.
- Wang C Y, Zhang X K, Ding Z F, et al. 1997. Finite-difference tomography of upper crustal structure in Dabieshan orogenic belt [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 40(4): 459-501.
- Wang Y H, Rao Y. 2009. Reflection seismic waveform tomography [J]. Journal of Geophysical Research: Atmospheres, 114 (B3): 2008JB005916, doi: 10.1029/2008JB005916.
- Warner M, Ratcliffe A, Nangoo T, et al. 2013. Anisotropic 3D fullwaveform inversion [J]. Geophysics, 78(2): R59-R80, doi: 10. 1190/GEO2012-0338.1.
- White D J. 1989. Two-dimensional seismic refraction tomography [J]. Geophys. J. Int., 97(2): 223-245.
- Williamson P R. 1991. A guide to the limits of resolution imposed by scattering in ray tomography [J]. Geophysics, 56(2): 202-207.
- Woodward M J. 1992. Wave-equation tomography [J]. Geophysics, 57 (1): 15-26.
- Xie C, Liu Y Z, Dong L G, et al. 2014. First arrival traveltime tomography based on the adjoint state method [J]. Oil Geophysical Prospecting (in Chinese), 49(5): 877-883.
- Xu T, Li F, Wu Z B, et al. 2014. A successive three-point perturbation method for fast ray tracing in complex 2D and 3D geological models [J]. Tectonophysics, 627: 72-81, doi: 10.1016/j.tecto.2014. 02.012.
- Xu T, Ning J R, Liu C C, et al. 2007. Influence of the self-organization of the Earth interior upon the traveltime and amplitude of seismic wave [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 50(4): 1174-1181, doi: 10.3321/j.issn:0001-5733.2007.04.026.

- Xu T, Xu G M, Gao E G, et al. 2004. Block modeling and shooting ray tracing in complex 3-D media [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 47(6): 1118-1126, doi: 10.3321/j.issn:0001-5733.2004.06.027.
- Xu T, Xu G M, Gao E G, et al. 2006. Block modeling and segmentally iterative ray tracing in complex 3D media [J]. Geophysics, 71(3): T41-T51, doi: 10.1190/1.2192948.
- Xu T, Zhang M H, Tian X B, et al. 2014. Upper crustal velocity of Lijiang-Qingzhen profile and its relationship with the seismogenic environment of the Ms6. 5 Ludian earthquake [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 57 (9): 3069-3079, doi: 10.6038/ cjg20140932.
- Xu T, Zhang Z J, Gao E G, et al. 2010. Segmentally iterative ray tracing in complex 2D and 3D heterogeneous block models [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 100(2): 841-850, doi: 10.1785/0120090155.
- Xu T, Zhang Z J, Liu B F, et al. 2015. Crustal velocity structure in the Emeishan large igneous province and evidence of the Permian mantle plume activity [J]. Science China: Earth Science, 58(7): 1133-1147, doi: 10.1007/s11430-015-5094-6.
- Yang T, Shen Y. 2006. Frequency-Dependent Crustal Correction for Finite-Frequency Seismic Tomography [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 96 (6): 2441-2448, doi: 10. 1785/0120060038.
- Zelt B C, Ellis R M, Zelt C A, et al. 2001. Three-dimensional crustal velocity structure beneath the Strait of Georgia, British Columbia [J]. Geophys. J. Int., 144(3): 695-712, doi: 10.1046/j.0956-540X.2000.01364. x.
- Zelt C A, Azara A, Levander A. 2006. 3D seismic refraction traveltime tomography at a groundwater contamination site [J]. Geophysics, 71(5): H67-H78.
- Zelt C A, Barton P J. 1998. Three-dimensional seismic refraction tomography: A comparison of two methods applied to data from the Faeroe Basin [J]. Journal of Geophysical Research, 103 (B4): 7187-7210.
- Zelt C A, Hojka A M, Flueh E R, et al. 1999. 3D simultaneous seismic refraction and reflection tomography of wide-angle data from the central Chilean margin [J]. Geophys. Res. Lett., 26(16): 2577-2580.
- Zelt C A, Smith R B. 1992. Seismic traveltime inversion for 2-D crustal velocity structure [J]. Geophys. J. Int., 108(1): 16-34.
- Zhang J, Toksöz M N. 1998. Nonlinear refraction traveltime tomography [J]. Geophysics, 63(5): 1726-1737.
- Zhang Y S, Gu H M, Shi X M. 2005. SIRT tomography inversion of twodimensional sonic data based on Moser's curved ray tracing method [J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics (in Chinese), 2 (3): 167-176, doi: 10.3969/j.issn.1672-7940.2005.03.001.
- Zhao D P, Hasegawa A, Horiuchi S. 1992. Tomographic imaging of P and S wave velocity structure beneath northeastern Japan [J]. Journal of Geophysical Research, 97(B13): 19909-19928.
- Zhao D P, Hasegawa A, Kanamori H. 1994. Deep structure of Japan subduction zone as derived from local, regional, and teleseismic events [J]. Journal of Geophysical Research, 99 (B11): 22313-22329.
- Zhao F F, Ma T, Xu T. 2014a. A review of the travel-time calculation methods of seismic first break [J]. Progress in Geophysics ( in Chinese), 29(3): 1102-1113, doi: 10.6038/pg20140313.
- Zhao F F, Zhang M H, Xu T. 2014b. A review of body wave traveltime tomography methods [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 29 (3): 1090-1101, doi: 10.6038/pg20140312.
- Zhao H. 2005. A fast sweeping method for eikonal equations [J]. Mathematics of computation, 74 (250): 603-628, doi: 10.1090/ S0025-5718-04-01678-3.
- Zhao L, Jordan T H, Chapman C H. 2000. Three-dimensional Fréchet differential kernels for seismicdelay times [J]. Geophysical Journal International, 141 (3): 558-576, doi: 10.1046/j.1365-246x. 2000.00085.x.
- Zhao R, Bai C Y. 2010. Fast multiple ray tracing within complex layered media: the shortest path method based on irregular grid cells [J]. Acta Seismologica Sinica (in Chinese), 32(4): 433-444, doi:

10.3969/j.issn.0253-3782.2010.04.006.

- Zheng T Y, He Y M, Yang J H, et al. 2015. Seismological constraints on the crustal structures generated by continental rejuvenation in northeastern China [J]. Scientific Reports, 5: 14995, doi: 10. 1038/srep14995.
- Zhou B, Greenhalgh S. 2008. Nonlinear traveltime inversion for 3D seismic tomography in strongly anisotropic media [J]. Geophysical Journal International, 172 (1): 383-394, doi: 10.1111/j.1365-246X.2007.03649.x.
- Zhou B, Greenhalgh S A. 2005. 'Shortest path' ray tracing for most general 2D/3D anisotropic media [J]. Journal of Geophysics & Engineering, 2(1): 54-63, doi: 10.1088/1742-2132/2/1/008.

## 附中文参考文献

- 白超英,黄国娇,李忠生. 2011. 三维复杂层状介质中多震相走时联 合反演成像[J]. 地球物理学报,54(1):182-192, doi: 10. 3969/j.issn.0001-5733.2011.01.019.
- 丁继才,孙文博,黄小刚,等. 2017. 海上地震数据全波形反演实际 应用[J]. 石油物探,56(1):78-80, doi: 10.3969/j.issn.1000-1441.2017.01.009.
- 丁志峰,何正勤,孙为国,等. 1999. 青藏高原东部及其边缘地区的 地壳上地幔三维速度结构[J]. 地球物理学报,42(2):197-205, doi: 10.3321/j.issn:0001-5733.1999.02.007.
- 段永红,张先康,方盛明. 2002. 华北地区上部地壳结构的三维有限 差分层析成像[J]. 地球物理学报,45(3): 362-369, doi: 10. 3321/j.issn:0001-5733.2002.03.008.
- 高尔根,徐果明. 1996. 二维速度随机分布逐步迭代射线追踪方法 [J]. 地球物理学报, 39(S1): 302-308.
- 高尔根,徐果明,蒋先艺,等. 2002. 三维结构下逐段迭代射线追踪 方法[J]. 石油地球物理勘探, 37(1):11-16, doi: 10.3321/j. issn:1000-7210.2002.01.003.
- 高尔根,徐果明,赵焱. 1998. 一种任意界面的逐段迭代射线追踪方法[J]. 石油地球物理勘探,33(1):54-60.
- 侯贺晟,高锐,卢占武,等. 2010. 庐枞铁多金属矿集区龙桥铁矿反 射地震初至波层析成像与隐伏矿床预测[J]. 岩石学报,26 (9):2623-2629, doi: 1000-0569/2010/026(09)-2323-29.
- 黄国娇, 白超英. 2010. 二维复杂层状介质中地震多波走时联合反 演成像[J]. 地球物理学报, 53(12): 2972-2981, doi: 10.3969/ j. issn. 0001-5733.2010.12.021.
- 黄国娇, 白超英, 钱卫. 2016. 一般 TI 介质中多震相走时层析成像-以井间成像为例[J]. 石油地球物理勘探, 51(1): 115-126, doi: 10.13810/j. cnki. issn. 1000-7210. 2016.01.015.
- 黄国娇, 孙江兵, 白超英, 等. 2018. 三维 TI 介质中多波走时层析 成像[J]. 石油地球物理勘探, 53(1): 63-72, doi: 10.13810/j. cnki. issn. 1000-7210.2018.01.008.
- 兰海强,张智,徐涛,等. 2012. 地震波走时场模拟的快速推进法和

快速扫描法比较研究[J]. 地球物理学进展, 27(5): 1863-1870, doi: 10.6038/j.issn.1004-2903.2012.05.005.

- 李飞,徐涛,武振波,等. 2013. 三维非均匀地质模型中的逐段迭代 射线追踪[J]. 地球物理学报,56(10): 3514-3522, doi: 10. 6038/cig20131026.
- 李建国,赵斌,孙少伟,等. 2012. 地震初至波速度层析反演在多金 属矿探测中的应用[J].现代地质,26(6):1218-1224, doi:10. 3969/j.issn.1000-8527.2012.06.013.
- 刘洪, 孟凡林, 李幼铭. 1995. 计算最小走时和射线路径的界面网全 局方法[J]. 地球物理学报, 38(6): 823-832.
- 刘振宽,吴永刚,刘英杰,等. 1995. 利用初至波走时速度成像进行近 地表静校正的方法[J]. 地球物理学报,38(增刊1):153-159.
- 唐小平, 白超英. 2009. 最短路径算法下三维层状介质中多次波追踪[J]. 地球物理学报, 52(10): 2635-2643, doi: 10.3969/j. issn.0001-5733.2009.10.024.
- 滕吉文,张中杰,白武明,等. 2004. 岩石圈物理学[M]. 北京:科 学出版社.
- 王椿镛,张先康,丁志峰,等. 1997. 大别造山带上部地壳结构的有限差分层析成像[J]. 地球物理学报,40(4):459-501.
- 谢春,刘玉柱,董良国,等. 2014. 伴随状态法初至波走时层析[J]. 石油地球物理勘探,49(5):877-883.
- 徐涛,宁俊瑞,刘春成,等. 2007. 地球介质自组织性对地震波走时 和振幅的影响[J]. 地球物理学报,50(4):1174-1181, doi:10. 3321/j.issn:0001-5733.2007.04.026.
- 徐涛,徐果明,高尔根,等. 2004. 三维复杂介质的块状建模和试射 射线追踪[J]. 地球物理学报,47(6):1118-1126, doi: 10. 3321/j.issn:0001-5733.2004.06.027.
- 徐涛,张明辉,田小波,等. 2014. 丽江-清镇剖面上地壳速度结构 及其与鲁甸 Ms6.5 级地震孕震环境的关系[J]. 地球物理学报, 57(9): 3069-3079, doi: 10.6038/cjg20140932.
- 徐涛,张忠杰,刘宝峰,等. 2015. 峨眉山大火成岩省地壳速度结构 与古地幔柱活动遗迹:来自丽江-清镇宽角地震资料的约束[J]. 中国科学,45(5):561-576, doi: 10.1007/s11430-015-5094-6.
- 张云姝,顾汉明,师学明. 2005. 基于 Moser 曲射线追踪的 SIRT 声 波层析成像[J]. 工程地球物理学报,2(3):167-176, doi: 10. 3969/j.issn.1672-7940.2005.03.001.
- 赵烽帆,马婷,徐涛. 2014a. 地震波初至走时的计算方法综述[J]. 地球物理学进展, 29(3): 1102-1113, doi: 10. 6038/ pg20140313.
- 赵烽帆,张明辉,徐涛. 2014b. 地震体波走时层析成像方法研究综述[J]. 地球物理学进展, 29(3): 1090-1101, doi: 10.6038/pg20140312.
- 赵瑞, 白超英. 2010. 复杂层状模型中多次波快速追踪——种基于 非规则网格的最短路径算法[J]. 地震学报, 32(4): 433-444, doi: 10.3969/j. issn. 0253-3782. 2010. 04. 006.